MARIUS COMAN

ENCICLOPEDIA MATEMATICĂ A CLASELOR DE NUMERE ÎNTREGI

Editura Educațională

2013

ENCICLOPEDIA MATEMATICĂ A CLASELOR DE NUMERE ÎNTREGI

Marius Coman
mariuscoman13@gmail.com

Education Publishing
1313 Chesapeake Avenue
Columbus, Ohio 43212
USA
Tel. (614) 485-0721

Recenzenţi:
Prof. Univ. dr. ing. Adrian Olaru, Universitea Politehnică, Bucureşti, Romania.
Prof. Ion Pătrașcu, "Frații Buzești" National College, Craiova, Romania.
Prof. Nicolae Ivăşchescu, Str. Iuliu Cezar, Nr. 26, Craiova, Jud. Dolj, Romania.

EAN: 9781599732374
ISBN: 978-1-59973-237-4

Introducere

Numerele naturale au fascinat dintotdeauna omenirea, ce le-a considerat, pe bună dreptate, ca fiind mai mult decât mijloace de a studia cantităţile, le-a considerat entităţi având o personalitate proprie. Mistica tuturor popoarelor abundă de proprietăţi supranaturale atribuite numerelor. Într-adevăr, pare că, pe măsură ce le cercetezi mai adânc, descoperi că au „consistenţă”, că, departe de a fi o creaţie conceptuală a omului, un simplu instrument la îndemâna sa, se conduc de fapt după legităţi proprii, pe care nu-ţi permit să le influenţezi, ci doar să le descoperi.

Printre primii oameni care au simţit acest lucru se numără Pitagora, ce a început prin a cerceta numerele şi a sfârşit prin a întemeia o mişcare religioasă puternic fondată pe simbolistica numerelor. Pasiunea sa pentru numerele naturale era atât de mare (accepta, totuşi, şi existenţa numerelor raţionale, ce sunt, în fond, tot un raport de numere naturale), încât circulă o legendă conform căreia şi-ar fi înecat un discipol pentru „vina” de a-i fi relevat existenţa numerelor iraţionale. Mult mai aproape pe scara istoriei, în secolul XIX, matematicianul german Leopold Kronecker este creditat a fi spus: „Dumnezeu a creat numerele naturale; toate celelalte sunt opera omului”.

Departe de considerente de filozofie a matematicii, ne-am limitat enciclopedia la numerele întregi pentru că am considerat că este un domeniu îndeajuns de vast în sine pentru a face obiectul unei astfel de lucrări.

Am împărţit enciclopedia în două părţi, „Clase de numere” (se subînţelege, întregi), respectiv „Clase de prime şi pseudoprime”, prima cuprinzând principalele clase de numere cu care se operează actualmente în teoria numerelor (ramura matematicii ce studiază în principal numerele întregi), cea de-a doua câteva tipuri consacrate de prime (numere care au „sfidat” dintotdeauna matematicienii prin rezistenţa lor în a se lăsa înţelese şi ordonate) şi tipurile cunoscute de pseudoprime (o categorie aparte de numere, ce împart însă multe atribute cu numerele prime).

Am încercat să folosim noţiuni cât mai simple şi operaţii elementare pentru a nu îndepărta cititorii prin simboluri şi denumiri de funcţii; din acelaşi motiv am definit toate clasele de numere doar în sistemul comun, zecimal, şi nu am considerat clasele de numere care, deşi întregi, se definesc apelând la numere iraţionale sau complexe.

Subliniem că lucrarea nu este exhaustivă (deşi se intitulează „enciclopedie”), pe de o parte pentru că unele clase de numere întregi au fost deliberat omise, ca ţinând de ramuri specializate ale matematicii ce depăşesc cadrul pe care ni l-am propus (topologie, combinatorică etc.), iar pe de altă parte pentru că pur şi simplu este imposibil să fii exhaustiv în acest domeniu: OEIS (On-Line Encyclopedia of Integer Sequences), o organizaţie axată exclusiv pe acest domeniu al matematicii, numără în baza de date peste 200.000 de articole iar numărul acestora creşte zilnic.

Deoarece pentru unii termeni din lucrare nu există corespondenţi larg consacraţi în limba română şi de asemenea pentru o mai uşoară consultare a link-urilor de pe net, majoritatea în limba engleză (vom prezenta la sfârşitul lucrării o listă de astfel de site-uri, enciclopedic matematice sau privind strict teoria numerelor), am înzestrat enciclopedia cu un cuprins bilingv, român-englez. Pentru cei nefamiliarizaţi cu terminologia specifică teoriei numerelor subliniem că în acest domeniu aparenţele înşeală: în spatele unor sintagme aparent frivole precum „numere fericite” sau „numere prietenoase” se ascund noţiuni cât se poate de serioase în timp ce, dimpotrivă, denumirile de *„tetradic numbers”* sau *„dihedral primes”*, de exemplu, ce par denumiri „serioase”, desemnează numere ce au doar calităţi pur recreative.

Pentru cei ce doresc să aprofundeze ulterior studiul teoriei numerelor, am anexat la sfârşitul lucrării un dicţionar englez-român de termeni uzuali în această materie; în

cadrul acestui dicţionar am definit şi noţiuni pe care nu le-am folosit ca atare în enciclopedia propriu-zisă (*e.g.* „*natural density*”), de asemenea am expus şi clase de numere întregi pentru definirea cărora este nevoie de numere aparţinând altui sistem de numeraţie decât cel zecimal (*e.g.* „*digitally balanced numbers*”) sau care ţin de matematica recreativă (*e.g.* „*strobogrammatic numbers*”).

Pentru a obişnui cititorii cu simbolurile de operaţii uzitate în principalele programe de matematică sau pe principalele site-uri de teoria numerelor, vom folosi pentru înmulţire simbolul «*» iar pentru ridicarea la putere simbolul «^». Din acelaşi motiv vom folosi în operaţii doar parantezele rotunde, de exemplu (4^2*(5 – 4) – 1)/5 = 3, şi vom folosi parantezele drepte şi acoladele pentru denumirea unei perechi (sau triplet, sau mulţimi) de numere naturale între care există o anumită relaţie – de exemplu [220, 284] este o pereche de numere amiabile; de asemenea, în loc de radical de ordin k dintr-un număr întreg n, vom folosi în operaţii notaţia echivalentă n^(1/k).

Considerăm important să exprimăm toate operaţiile doar cu simboluri acceptate de programul Word, fără a apela la programe speciale de redactare de matematică, pentru că aceste simboluri sunt uşor acceptate ca „*input*” de programele importante de matematică disponibile pe Internet. Pentru a întări acest considerent vom anexa la sfârşitul lucrării o listă cu modele de operare în programul Wolfram Alpha, pentru operaţiile şi funcţiile uzuale în teoria numerelor.

Menţionăm că, în afară de operaţiile universal cunoscute, vom mai folosi în lucrare doar câteva funcţii şi operaţii: *funcţia factorial:* factorialul lui n (sau n factorial) este produsul tuturor numerelor întregi pozitive mai mici sau egale cu n, adică, algebric formulat, n! = 1*2*3* … * n, de exemplu 6! = 1*2*3*4*5*6 = 720; *operaţia modulo:* r = n modulo m, abreviat r = n mod m, unde m şi n sunt numere întregi pozitive, este restul împărţirii lui n la m; de exemplu 3 = 13 mod 5; *congruenţa modulo:* m este congruent modulo x cu n şi se notează m ≡ n (mod x) dacă restul împărţirii lui m la x este egal cu restul împărţirii lui n la x, de exemplu 17 ≡ 5(mod 3); *funcţia divizor:* σ(n) sau sigma(n) reprezintă suma divizorilor unui întreg pozitiv; *indicatorul lui Euler (funcţia totient):* φ(n) sau phi(n) este numărul de numere întregi pozitive mai mici sau egale cu n ce sunt relativ prime cu n. De asemenea am notat cu C(n, k) *coeficienţii binomiali*, cu valoarea egală cu n!/(n – k)!*k!, cunoscuţi ca şi „combinări de n luate câte k”, iar cu τ(n) sau tau(n) numărul divizorilor lui n. Alte câteva funcţii le-am definit în cadrul prezentării unor clase de numere (de exemplu *funcţia multifactorial* la articolul „Prime multifactoriale” şi *funcţia primorial* la articolul „Numere primoriale”).

Am mai notat cu cmmdc(k, n), respectiv cmmmc(k, n) cel mai mare divizor comun respectiv cel mai mic multiplu comun al numerelor k şi n iar prin R(n), respectiv S(n) reversul unui număr n respectiv suma cifrelor sale. Apoi, în condiţiile în care între clasa de numere tratată într-un articol din lucrare şi clasa numerelor naturale există corespondenţă biunivocă, am mai notat termenii clasei de numere prin C_n, D_n, M_n (al n-lea număr Catalan, Demlo, Mersenne) etc. Şi, în sfârşit dar nu în cele din urmă, am înţeles prin numerele notate precum „abc” numerele obţinute prin concatenare, unde a, b, c sunt cifre, iar nu produsele „a*b*c” (concatenarea unor numere = operaţia de „alipire cap-coadă” a cifrelor lor).

Am enumerat în cadrul fiecărei clase de numere primii câţiva termeni ai seriei – am folosit în lucrare cuvântul „serie” în sensul de mulţime ordonată de numere obţinute printr-o formulă generică (*„sequence”*) şi nu în sensul de sumă a termenilor unui şir (*„series”*) – şi, pentru a nu exista o discrepanţă între spaţiul alocat acestora (primii cinci termeni ai unei serii pot avea fiecare câte 2 cifre sau 20 de cifre) am alocat cca 100 de caractere (cifre plus virgule şi spaţii despărţitoare) fiecărei enumerări (evident, unde s-a putut acest lucru: clasa primelor Wiferich, de exemplu, însumează doar două prime

cunoscute, 1093 şi 3511; de asemenea, primii trei temeni ai clasei primelor Smarandache-Wellin însumează 7 cifre, în timp ce al patrulea termen are 355 de cifre).

Mai trebuie spus că nu îl considerăm pe 1 prim, pentru a fi în asentimentul majorităţii matematicienilor din secolul XX, potrivit cărora un număr prim are doi divizori (pe 1 şi numărul însuşi) în timp ce numărul 1 are un singur divizor (pe el însuşi); se subînţelege deci că, dacă nu se specifică expres altfel, înţelegem prin divizori ai numărului natural n inclusiv pe 1 şi pe n însuşi. Şi, tot pentru a ne adapta majorităţii definiţiilor (şi a evita controversele privind natura lui zero – vezi articolul „Numere întregi") am optat pentru sintagma „ număr întreg pozitiv" în detrimentul celei de „număr natural diferit de 0" şi pentru cea de „număr întreg non-negativ" în detrimentul celei de „număr natural incluzându-l pe 0".

Deşi partea a doua a lucrării este intitulată „Clase de prime şi pseudoprime", am tratat clase de prime şi pseudoprime şi în partea întâi a lucrării, „Clase de numere". Astfel, de exemplu, primele Mersenne le-am tratat în cadrul articolului „Numere Mersenne", pentru că primele Mersenne sunt pur şi simplu numere Mersenne ce sunt totodată şi prime. Am procedat în acelaşi fel şi în cazul când, dimpotrivă, acestea nu au aceeaşi formulă generatoare: de exemplu primele Wolstenholme sunt cu totul altceva decât numerele Wolstenholme ce sunt totodată şi prime, nemaivorbind de primele factoriale ce desigur nu pot fi numere factoriale din moment ce acestea din urmă sunt prin definiţie compuse; pe acestea le-am tratat în cadrul aceluiaşi articol tocmai pentru a sublinia diferenţele. De asemenea, numerele Poulet sau numerele Carmichael nu sunt altceva decât pseudoprime Fermat, dar, pentru că poartă un nume distinct (de obicei clasele de numere poartă numele matematicianului care le-a descoperit, le-a definit sau le-a studiat, dar poartă şi numele pe care acesta li l-a atribuit, ce poate desemna o calitate intrinsecă sau chiar extrinsecă a numerelor, de exemplu numele gării unde i-a venit ideea să le studieze observând numere scrise pe vagoane – vezi „Numere Demlo" sau al fratelui al cărui număr de telefon i-a inspirat proprietăţile acestor numere – vezi „Numere Smith"), le-am tratat de asemenea în partea întâi a lucrării.

Am anexat la sfârşitul lucrării un index de matematicieni; i-am denumit generic „matematicieni", deşi mulţi dintre ei sunt (au fost) de profesie chimişti, fizicieni, avocaţi, editori etc. În acest domeniu al matematicii, ca în niciun altul, pasiunea şi desoperirile sunt împărţite în mod egal între matematicienii „de profesie" şi cei „amatori". Trimiterile din paranteze, din cadrul acestui index, se referă nu neapărat (deşi acesta este cazul în general) la domeniul în care matematicianul respectiv şi-a adus un aport, ci la articolul din această lucrare unde este menţionat. Cronologia descoperirilor (istoria matematicii) şi biografiile matematicienilor n-au făcut obiectul lucrării de faţă; pentru cei interesaţi de acestea recomandăm site-urile *The MacTutor History of Mathematics* şi *Eric Weisstein's World of Biography*.

Am sistematizat în stil telegrafic fiecare articol (definiţia clasei de numere; exemple; primele n astfel de numere; comentariu; notă; referinţe) pentru ca prezentarea să fie mai aerisită iar conexiunea cu alte clase de numere facilitată. La referinţe nu am trecut cărţi sau articole din reviste sau arhive on-line ce pot fi consultate contra cost ci doar articole ce pot fi accesate *free*; nu am trecut decât numele acestora şi autorul, adresa site-urilor ce găzduiesc articolele în cauză putând fi uşor aflată pe Google.

În sfârşit, mai adăugăm un singur lucru: uneori diferiţi matematicieni se referă prin aceeaşi denumire la alte clase de numere sau distincţiile dintre clase sunt „sensibile": de exemplu prin *„cluster of k primes"* (am tradus „mănunchi de k prime") se înţelege o mulţime de k numere prime cu o anumită proprietate iar prin *„cluster primes"* (am tradus „prime mănunchi") se înţelege o clasă (nu se ştie dacă infinită sau nu) de numere prime cu o altă proprietate. Trebuie înţeles că nu există o instanţă

superioară în domeniul teoriei numerelor care să impună anumite denumiri standard; acestea se impun în funcţie de cât de uzuale sunt printre diverse grupuri sau organizaţii de matematicieni, după valoarea recunoscută a matematicienilor ce le crează sau studiază ş.a.m.d.

Deşi matematica este „ştiinţa exactă" prin definiţie, matematicienii nu se înţeleg adesea asupra termenilor. Chiar şi în ceea ce priveşte noţiuni elementare precum „divizori proprii/improprii" (*„proper/improper divisors"* sau *„diviseurs propres/impropers"*), sensul diferă, uneori divizori improprii fiind consideraţi a fi 1 şi numărul însuşi (în ceea ce ne priveşte, această clasificare ni se pare stearpă, nu ne-am „lovit" nici măcar o dată de o clasă de numere, o relaţie între acestea ş.a.m.d. care să folosească la ceva noţiunea de „divizor al lui n excluzându-i pe 1 şi pe n"), alteori (şi acesta este sensul cel mai utilizat în funcţiile de teoria numerelor) doar numărul însuşi.

De aceea am evitat să folosim noţiunile de divizori proprii/improprii, deşi acestea sunt încetăţenite, în schimb n-am găsit niciun impediment să folosim în al doilea sens al sintagmei arătate noţiunea de „divizori alicoţi" (şi de asemenea noţiunea de „sumă alicotă" pentru a desemna suma acestora), atât timp cât DEX-ul recunoaşte noţiunea de „parte alicotă" ca „parte care se cuprinde exact, de un anumit număr de ori, într-o cantitate" şi atât timp cât cca 60 de mii de pagini de web înţeleg acelaşi lucru prin sintagma „aliquot sum".

Ne-am mai permis pe parcursul lucrării câteva libertăţi, ca de pildă să definim de-concatenarea ca fiind operaţia inversă concatenării (sintagma „tăiere a unui număr în două numere", de exemplu, pe care am întâlnit-o într-un manual, ni s-a părut inadmisibilă pentru ţara care l-a dat lumii pe Florentin Smarandache, al cărui nume este considerat pe plan internaţional sinonim cu seriile de numere concatenate). Am încercat să fim cât mai corecţi cu un minimum de eleganţă (cât mai corect nu este un deziderat de dispreţuit pentru o lucrare de anvergură în domeniul teoriei numerelor).

Credem că am explicitat şi justificat destul terminologia folosită şi nu vom anexa lucrării o listă introductivă cu simboluri, noţiuni ş.a.m.d.; noi înşine am dorit să fim pe alocuri inconsecvenţi pentru că înţelegerea semnifică nu înrădăcinarea în anumite simboluri, ce pot diferi în zece feluri în zece surse diferite, ci tocmai trecerea dincolo de ele pentru pătrunderea sensului.

Scopul lucrării de faţă nu este de a pregăti un elev sau un student pentru vreun examen (în acest sens este ştiut că cel mai sigur este să descifrezi modul profesorului de a privi lucurile pe care le predă, nu sensul ultim al acestora din urmă) ci este de a deschide orizontul teoriei numerelor cititorilor prin descrieri cât mai simple, cât mai clare şi (pe cât se poate) mai atrăgătoare. Am demarat această întreprindere cu credinţa că este inedită şi utilă; inerentele omisiuni şi confuzii (le-am descoperit noi înşine în alte lucrări dedicate acestui domeniu), poate chiar greşeli de substanţă, le vom remedia într-o eventuală ediţie ulterioară a enciclopediei, dacă ne sunt semnalate cu bună-credinţă.

Acest domeniu al matematicii – teoria numerelor – este pe cât de fascinant pe atât de deschis în egală măsură matematicienilor de carieră precum celor amatori, astfel încât oricând unul dintre dumneavoastră, cititorii acestei enciclopedii, poate da numele unei nou descoperite clase de numere sau poate răspunde la una dintre multele întrebări care îşi aşteaptă de secole răspunsul; *exempli gratia*: există sau nu vreun număr perfect impar? Este sau nu mulţimea numerelor prime Mersenne infinită? Şi, chiar dacă nu veţi reuşi acest lucru, nu veţi regreta dacă vă ataşaţi de acest domeniu: pasiunea pentru numere este dintre acelea care te însoţesc o viaţă întreagă pentru că, aşa cum spunea un binecunoscut matematician, Gauss, „matematica este regina ştiinţelor iar teoria numerelor este regina matematicii".

Autorul

CUPRINS/ SUMMARY

CLASE DE NUMERE/ CLASSES OF NUMBERS

Numere Devlali/ Devlali numbers
Numere dublu Mersenne/ Double Mersenne numbers
Numere echidigitale/ Equidigital numbers
Numere egiptene/ Egyptian numbers
Numere EPRN/ EPRN's
Numere Erdős-Woods/ Erdős-Woods numbers
Numere Euclid/ Euclid numbers
Numere Euclid-Mullin/ Euclid-Mullin numbers
Numere excesive/ Excessive numbers
Numere exponenţial perfecte/Exponentially perfect numbers
Numere extravagante/ Extravagant numbers
Numere extrem abundente/ Highly abundant numbers
Numere extrem compuse / Highly composite numbers
Numere extrem compuse superioare/ Superior highly composite numbers
Numere extrem cototiente/ Highly cototient numbers
Numere extrem totiente/ Highly totient numbers
Numere factoriale/ Factorials
Numere fericite/ Happy numbers
Numere Fermat/ Fermat numbers
Numere Fibonacci/ Fibonacci numbers
Numere fibonoriale/ fibonorial numbers
Numere figurative/Figurate numbers
Numere Fortunate/Fortunate numbers
Numere Franel/Franel numbers
Numere Friedman/ Friedman numbers
Numere frugale/ Frugal numbers
Numere Giuga/ Giuga numbers
Numere Göbel/ Göbel numbers
Numere Hamming/ Hamming numbers
Numere Hardy-Ramanujan/ Hardy-Ramanujan numbers
Numere Harshad/ Harshad numbers
Numere hemiperfecte/ Hemiperfect numbers
Numere Hilbert/ Hilbert numbers
Numere hiperperfecte/ Hyperperfect numbers
Numere Hofstadter/ Hofstadter numbers
Numere idempotente/ Idempotent numbers
Numere impare/ Odd numbers
Numere intangibile/ Untouchable numbers
Numere interesante/ Interesting numbers
Numere înlănţuite aditiv/Addition chain
Numere înlănţuite Brauer/Brauer chain
Numere întregi/ Integer numbers
Numere întregi negative/ Negative integers
Numere întregi pozitive/ Positive integers
Numere Jacobsthal/Jacobsthal numbers
Numere Jacobsthal-Lucas/Jacobsthal-Lucas numbers
Numere Kaprekar/ Kaprekar numbers
Numere Keith/ Keith numbers
Numere Kin/ Kin numbers
Numere Knödel/ Knödel numbers

Numere Korselt/ Korselt numbers
Numere Kynea/ Kynea numbers
Numere Lah/Lah numbers
Numere Leyland/ Leyland numbers
Numere Lychrel/ Lychrel numbers
Numere logodite/ Betrothed numbers
Numere Lucas/ Lucas numbers
Numere maleabile/ Amenable numbers
Numere Markov/ Markov numbers
Numere Matijasevič / Matijasevič numbers
Numere Mersenne/ Mersenne numbers
Numere Mian-Chowla/ Mian-Chowla numbers
Numere minunate/ Wondrous numbers
Numere Moser-de Bruijn/Moser-de Bruijn numbers
Numere Motzkin/Motzkin numbers
Numere multifactoriale/Multifactorials
Numere multiperfecte/ Multiperfect numbers
Numere Narayana/ Narayana numbers
Numere narcisiste/ Narcissistic numbers
Numere naturale/ Natural numbers
Numere nefericite/ Unhappy numbers
Numere neobişnuite/ Unusual numbers
Numere neuniforme/ Rough numbers
Numere Niven/ Niven numbers
Numere nontotiente/ Nontotients
Numere norocoase Euler/ Euler's lucky numbers
Numere norocoase Ulam/ Ulam's lucky numbers
Numere Newman-Shanks-Williams/ NSW numbers
Numere ondulatorii/ Undulating numbers
Numere Ore/ Ore numbers
Numere Padovan/ Padovan numbers
Numere palindromice/ Palindromic numbers
Numere pandigitale/ Pandigital numbers
Numere pare/ Even numbers
Numere pătratice/ Squares
Numere Pell/ Pell numbers
Numere Pell-Lucas/ Pell-Lucas numbers
Numere perfecte/ Perfect numbers
Numere perfect totiente/ Perfect totient numbers
Numere perfect unitare/ Unitary perfect numbers
Numere Perrin/ Perrin numbers
Numere persistente/ Persistent numbers
Numere Pisano/ Pisano numbers
Numere pitagoreice/ Pythagorean numbers
Numere platoniciene/ Platonic numbers
Numere poligonale/ Polygonal numbers
Numere politicoase/ Polite numbers
Numere potrivite/ Suitable numbers
Numere Poulet/ Poulet numbers
Numere practice/ Practical numbers

Numere prietenoase/ Friendly numbers
Numere prietenoase Smarandache/Smarandache friendly number pairs
Numere prime/ Prime numbers
Numere primitive/ Primeval numbers
Numere primoriale/ Primorial numbers
Numere Proth/ Proth numbers
Numere pseudoperfecte/ Pseudoperfect numbers
Numere pseudoprime/ Pseudoprime numbers
Numere pseudo-Smarandache/ Pseudo-Smarandache numbers
Numere puternice/ Powerfull numbers
Numere quasi-amiabile/ Quasi-amicable numbers
Numere quasi-Carmichael/ Quasi-Carmichael numbers
Numere quasi-perfecte/ Quasi-perfect numbers
Numere rare/ Rare numbers
Numere rectangulare/ Rectangular numbers
Numere refactorabile/ Refactorable numbers
Numere regulate/ Regular numbers
Numere repdigit/ Repdigit numbers
Numere repfigit/ Repfigit numbers
Numere repunit/ Repunit numbers
Numere reversate/ Reversal numbers
Numere Riesel/ Riesel numbers
Numere risipitoare/ Wasteful numbers
Numere rotunde/ Round numbers
Numere Sarrus/ Sarrus numbers
Numere Schröder/ Schröder numbers
Numere Segner/ Segner numbers
Numere semiperfecte/ Semiperfect numbers
Numere semiprime/ Semiprimes
Numere Sierpiński/ Sierpiński numbers
Numere slab totiente/ Sparsely totient numbers
Numere Smarandache/Smarandache numbers
Numere Smarandache-Fibonacci/Smarandache-Fibonacci numbers
Numere Smarandache-Radu/Smarandache-Radu numbers
Numere Smarandache-Wellin/ Smarandache-Wellin numbers
Numere Smith/ Smith numbers
Numere sociabile/ Sociable numbers
Numere solitare/ Solitary numbers
Numere Somos/ Somos numbers
Numere Stern-Brocot/ Stern-Brocot numbers
Numere Størmer/ Størmer numbers
Numere subfactoriale/ Subfactorial numbers
Numere sublime/ Sublime numbers
Numere superabundente/ Superabundant numbers
Numere superfactoriale/ Superfactorial numbers
Numere superperfecte/ Superperfect numbers
Numere superprimoriale/ Superprimorial numbers
Numere super-Poulet/ Super-Poulet numbers
Numere Thabit/ Thabit numbers
Numere totative/ Totative numbers

Numere triunghiulare/ Triangular numbers
Numere Ulam/ Ulam numbers
Numere umile/ Humble numbers
Numere uniforme/ Smooth numbers
Numere vampir/ Vampire numbers
Numere Wilson/ Wilson numbers
Numere Woodall/ Woodal numbers
Numere Wolstenholme/ Wolstenholme numbers
Numere Zeisel/ Zeisel numbers
Numere Zsigmondy/ Zsigmondy numbers

CLASE DE PRIME ŞI PSEUDOPRIME/ CLASSES OF PRIMES AND PSEUDOPRIMES

Prime absolute/ Absolute primes
Prime aditive/ Additive primes
Prime aproximativ fibonoriale/ Almost-fibonorial primes
Prime asigurate/ Safe primes
Prime bune/Good primes
Prime Chen/ Chen primes
Prime circulare/ Circular primes
Prime constelaţie/ Prime Constellation
Prime echilibrate/ Balanced primes
Prime elitiste/ Elite primes
Prime Euler/ Euler primes
Prime Fibonacci-Wieferich/ Fibonacci-Wieferich primes
Prime gemene/ Twin primes
Prime interioare/ Home primes
Prime izolate/ Isolated primes
Prime înlănţuite Cunningham / Cunningham chain
Prime înlănţuite gemene / Bitwin chain
Prime Labos/ Labos primes
Prime lungi/Long primes
Prime mănunchi/ Cluster primes
Prime Mills/ Mills' primes
Prime minimale/ Minimal primes
Prime permutabile/ Permutable primes
Prime Pierpont/ Pierpont primes
Prime Pillai/ Pillai primes
Prime plate/ Flat primes
Prime probabile/ Probable primes
Prime progresive/ Progressive primes
Prime quasi-fibonoriale/ Quasi-fibonorial primes
Prime Ramanujan/ Ramanujan primes
Prime reversibile/Reversible primes
Prime Rowland/Rowland primes
Prime sexy/Sexy primes
Prime slabe/ Weak primes

Prime Smarandache/Smarandache primes
Prime Solinas/ Solinas primes
Prime Sophie Germain/ Sophie Germain primes
Prime Stern/ Stern primes
Prime subţiri/ Thin primes
Prime tari/ Strong primes
Prime titanice/ Titanic primes
Prime trunchiabile/ Truncatable primes
Prime unice/Unique primes
Prime verişoare/Cousin primes
Prime Wagstaff/ Wagstaff primes
Prime Wall-Sun-Sun/ Wall-Sun-Sun primes
Prime Wieferich/ Wieferich primes
Pseudoprime Catalan/ Catalan pseudoprimes
Pseudoprime Cipolla/ Cipolla pseudoprimes
Pseudoprime Euler/ Euler pseudoprimes
Pseudoprime Fermat/ Fermat pseudoprimes
Pseudoprime Fibonacci/ Fibonacci pseudoprimes
Pseudoprime Lucas/ Lucas pseudoprimes
Pseudoprime Perrin/ Perrin pseudoprimes
Pseudoprime tari/ Strong pseudoprimes

CLASE DE NUMERE

Numere abundente

(vezi şi Numere deficiente; Numere perfecte)

Definiţie: Un număr se numeşte abundent (uneori mai este denumit număr excesiv) dacă este mai mic decât suma alicotă a divizorilor săi (respectiv deficient dacă este mai mare decât aceasta sau perfect dacă este egală cu aceasta).

Definiţie: Suma divizorilor pozitivi ai lui lui n (incluzându-l pe 1) exceptând pe n însuşi se numeşte sumă alicotă (divizorii pozitivi ai lui n fără n însuşi se mai numesc divizori alicoţi). Alfel formulat, un număr n este abundent dacă $2*n < \sigma(n)$.

Sumele alicote ale primilor 28 întregi pozitivi (secvenţa A001065 în OEIS): 0, 1, 1, 3, 1, 6, 1, 7, 4, 8, 1, 16, 1, 10, 9, 15, 1, 21, 1, 22, 11, 14, 1, 36, 6, 16, 13, 28.

Primele 25 numere abundente (secvenţa A005101 în OEIS): 12, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 42, 48, 54, 56, 60, 66, 70, 72, 78, 80, 84, 88, 90, 96, 100, 102, 104, 108.

Proprietăţi: Orice multiplu al unui număr perfect sau al unui număr abundent este un număr abundent. Orice număr mai mare decât 20161 poate fi exprimat ca suma a două numere abundente.

Definiţie: Un număr abundent ai cărui divizori, exceptând numărul însuşi, sunt toţi deficienţi se numeşte număr abundent primitiv.

Referinţe:

(1) *Facts and curiosities about abundant numbers*, Jason Earls;
(2) *Odd abundant numbers*, Jay L. Schiffman.

Numere Ahile

(vezi şi Numere puternice)

Definiţie: Numere puternice ce nu sunt totodată şi pătrate perfecte (un număr puternic este un întreg pozitiv cu proprietatea că, dacă este divizibil cu numărul prim p, atunci este divizibil şi cu p^2, cu alte cuvinte toţi factorii săi primi sunt cel puţin la puterea a doua).

Primele 19 numere Ahile (secvenţa A052486 în OEIS): 72, 108, 200, 288, 392, 432, 500, 648, 675, 800, 864, 968, 972, 1125, 1152, 1323, 1352, 1372, 1568.

Comentariu: Denumirea acestor numere provine de la legendarul erou al războiului troian iar semnificaţia sa este „puternic dar imperfect”.

Numere amiabile

(vezi şi Numere aspirante; Numere perfecte; Numere sociabile; Numere Thabit)

Definiţie: O pereche de numere amiabile constă din două numere între care există următoarea relaţie: suma alicotă a divizorilor fiecăruia dintre ele este egală cu celălalt număr.

Primele 7 perechi de numere amiabile (secvenţa A063990 în OEIS): [220, 284], [1184, 1210], [2620, 2924], [5020, 5564], [6232, 6368], [10744, 10856], [12285, 14595].

Comentariu: Numerele amiabile erau cunoscute de Pitagora, căruia i se atribuie comparaţia dintre conexiunea între aceste numere şi amiciţia între oameni. Alte perechi de numere amiabile au fost descoperite în secolele XVII-XVIII de Fermat, Descartes, Euler; în mod extraordinar, în 1866, muzicianul Nicolo Paganini, atunci în vârstă de 16 ani, a descoperit perechea [1184, 1210], omisă până atunci de predecesorii săi. Matematicianului arab Thabit ibn Qurra i se datorează o formulă de producere a numerelor amiabile, formulă redescoperită de Fermat şi Descartes şi extinsă de Euler.

Printre întrebările privind numerele amiabile la care nu s-a dat încă un răspuns se numără întrebarea dacă poate exista o pereche de astfel de numere astfel încât unul dintre ele să fie par iar celălalt impar sau dacă poate exista o astfel de pereche având termenii coprimi. De asemenea nu se cunoaşte dacă mulţimea numerelor amiabile este infinită.
Formula de producere a numerelor amiabile a lui Thabit ibn Qurra: Dacă p, q şi r sunt prime, unde p = 3*2^(n – 1) – 1; q = 3*2^n – 1 şi r = 9* 2^(2*n – 1) – 1, iar n este natural, n > 1, atunci 2^n*p*q şi 2^n*r sunt numere amiabile.
Formula de producere a numerelor amiabile a lui Euler: Dacă p, q şi r sunt prime, unde p = (2^(n – m) + 1)*2^m – 1; q = (2^(n – m) + 1)*2^n – 1 şi r = (2^(n – m) + 1)^2*2^(m + n) – 1, iar m şi n sunt naturale diferite de 0, atunci 2^n*p*q şi 2^n*r sunt numere amiabile.
Definiţie: O pereche de numere amiabile [m, n] se numeşte regulară dacă, dat fiind d cel mai mare divizor comun al lui m şi n iar m = M*d şi n = N*d, M şi N sunt libere de pătrate şi relativ prime cu d (în caz contrar perechea se numeşte iregulară sau exotică). Dacă perechea este regulară iar M are un număr de i factori primi iar N un număr de j factori primi, atunci perechea [m, n] se numeşte de tip (i, j).
Referinţe:
(1) *Number theory trivia: amicable numbers*, Titu Andreescu;
(2) *Amicable numbers*, Shyam Sunder Gupta;
(3) *Amicable pairs*, Lexi Wichelt.

Numere Apéry
Definiţie: Numerele A_n exprimate cu ajutorul coeficienţilor binomiali ca suma de la k = 0 la k = n a produselor C(n, k)^2*C(n + k, k)^2.
Primele 11 numere Apéry (secvenţa A005259 în OEIS): 1, 5, 73, 1445, 33001, 819005, 21460825, 584307365, 16367912425, 468690849005, 13657436403073.
Notă: Denumirea acestor numere se datorează matematicianului francez de origine greacă Roger Apéry.
Referinţe:
(1) *Congruence properties of Apéry numbers*, S. Chowla *et al.*

Numere aproape perfecte
(vezi şi Numere perfecte; Numere quasi-perfecte)
Definiţie: Un număr natural n este aproape perfect dacă are proprietatea că 2*n – 1 = σ(n).
Primele 28 valori ale funcţiei divizor sigma(n) (secvenţa A000203 în OEIS): 1, 3, 4, 7, 6, 12, 8, 15, 13, 18, 12, 28, 14, 24, 24, 31, 18, 39, 20, 42, 32, 36, 24, 60, 31, 42, 40, 56.
Notă: Singurele numere aproape perfecte cunoscute sunt puterile lui 2 (cu exponent non-negativ). Nu se ştie dacă pot exista sau nu şi alte numere aproape perfecte.
Primele 20 puteri ale lui 2 (secvenţa A000079 în OEIS): 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, 32768, 65536, 131072, 262144, 524288.

Numere Armstrong
(vezi şi Numere puternice)
Definiţie: Numărul natural n, având un număr de k cifre, este un număr Armstrong (uneori mai este denumit şi număr narcisist) dacă este egal cu suma cifrelor sale ridicate la puterea k.
Primele 21 numere Armstrong (secvenţa A005188 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 153, 370, 371, 407, 1634, 8208, 9474, 54748, 92727, 93084, 548834, 1741725.

Comentariu: Denumirea provine de la Michael F. Armstrong. Există doar 4 numere Armstrong cu trei cifre (nota G.H. Hardy în 1940 în eseul „Apologia unui matematician"): 153 = 1^3 + 5^3 + 3^3; 370 = 3^3 + 7^3 + 0^3; 371 = 3^3 + 7^3 + 1^3 şi 407 = 4^3 + 0^3 + 7^3. De fapt întreaga mulţime a numerelor Armstrong cuprinde doar 88 de termeni, întrucât s-a demonstrat că nu pot exista astfel de numere cu mai mult de 60 de cifre. Dintre aceste 88 de numere, 7 sunt prime.
Cele 7 prime Armstrong (secvenţa A145380 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 28116440335967, 449177399146038697307, 35452590104031691935943.
Comentariu: Clasa de numere puternice în sensul definiţiei (3) din această lucrare cuprinde mulţimea numerelor Armstrong dar este cuprinsă de mulţimea numerelor puternice în sensul definiţiei (2).
Referinţe:
(1) Armstrong numbers, Gordon L. Miller şi Mary T. Whalen.

Numere aspirante
(vezi şi Numere amiabile; Numere perfecte; Numere sociabile)
Definiţie: Un număr aspirant este numărul natural cu proprietatea că seria sa alicotă se termină într-un număr perfect.
Definiţie: O „serie alicotă" *(„aliquot sequence")* este seria recurentă în care fiecare termen este egal cu suma divizorilor termenului anterior (excluziv acesta însuşi); astfel, de exemplu, seria alicotă a numărului 10 este 10, 8, 7, 1, 0, pentru că: σ(10) – 10 = 1 + 2 + 5 = 8; σ(8) – 8 = 1 + 2 + 4 = 7; σ(7) – 7 = 1; σ(1) – 1 = 0.
Comentariu: Multe serii alicote se termină într-un număr prim urmat de numărul 1 urmat de 0, dar unele serii alicote se repetă cu o anumită periodicitate la nesfârşit. Astfel, un număr perfect are o serie alicotă de perioadă 1 (*e.g.* seria alicotă a lui 6 este 6, 6, 6, 6…); un număr amiabil are o serie alicotă de perioadă 2 (*e.g.* seria alicotă a lui 220 este 220, 284, 220, 284…); un număr sociabil are o serie alicotă de perioadă 3 sau mai mare; un număr aspirant are o serie alicotă ce, deşi la început este neperiodică, sfârşeşte într-un număr perfect (*e.g.* secvenţa alicotă a lui 95 este 95, 25, 6, 6, 6, 6…). Matematicianul belgian din secolul XIX Eugène Charles Catalan a conjecturat că orice serie alicotă sfârşeşte într-unul din următoarele 3 feluri: într-un număr prim, într-un număr perfect, sau într-un set de numere amiabile sau sociabile (cu alte cuvinte, nu există o serie alicotă infinită neperiodică).
Primele 12 numere aspirante cunoscute (secvenţa A063769 în OEIS): 25, 95, 119, 143, 417, 445, 565, 608, 650, 652, 675, 685.
Notă: Sunt multe numere a căror serie alicotă nu a fost procesată până la sfârşit; astfel, de exemplu, nu se ştie dacă numerele 276, 552, 564, 660 ş.a.m.d. sunt sau nu numere aspirante.

Numere automorfe
Definiţie: Un număr automorf este numărul natural al cărui pătrat se termină în aceleaşi cifre ce compun numărul însuşi.
Exemple: 5 şi 76 sunt astfel de numere pentru că 5^2 = 25 iar 76^2 = 5776.
Primele 16 numere automorfe (secvenţa A003226 în OEIS): 0, 1, 5, 6, 25, 76, 376, 625, 9376, 90625, 109376, 890625, 2890625, 7109376, 12890625, 87109376.
Proprietăţi: Dintr-un număr automorf n_k mai mare decât 1 cu un număr de k cifre putem obţine un număr automorf n_h cu h cifre, unde h < 2*k, prin formula n_h = ((2*n_k^3 – 3**n_k^2) mod 10^2*k) + 1. Exemplu: ((2*25^3 – 3*25^2) mod 10^4) + 1 = 9376. Pentru un k dat mai mare decât 1, există cel mult două numere automorfe cu 2 cifre, unul având ultima cifră 5 iar celălalt 6. Unul dintre ele satisface relaţiile n ≡ 0(mod 2^k)

şi n ≡ 1(mod 5^k) iar celălalt relaţiile n ≡ 1(mod 2^k) şi n ≡ 0(mod 5^k). Suma celor două numere este 10^k + 1. O altă proprietate se vede cu uşurinţă din împărţirea numerelor automorfe mai mari ca 1 în două subclase (5, 25, 625, 90625, 890625…, respectiv 6, 76, 376, 9376, 109376…): fiecare număr automorf dintr-una din aceste subclase se termină în cifrele ce compun numărul automorfic anterior).
Definiţie: Un număr k-automorf este numărul natural n cu proprietatea că numărul k*n^2 se termină în aceleaşi cifre ce compun numărul n.
Exemple: 8 şi 88 sunt 2-automorfe pentru că 2*8^2 = 128 şi 2*88^2 = 15488.
Notă: Numerele 1-automorfe sunt, evident, cele din definiţia numerelor automorfe.
Primele 12 numere 2-automorfe (secvenţa A030984 în OEIS): 8, 88, 688, 4688, 54688, 554688, 3554688, 93554688, 893554688, 893554688, 40893554688, 40893554688.
Notă: Se mai foloseşte denumirea de numere trimorfe *(„trimorphic numbers”)* pentru numerele naturale n cu proprietatea că ultimele cifre ale lui n^3 sunt cele ce-l compun pe n (un astfel de număr este 49 pentru că 49^3 = 117649); a nu se confunda aceste numere cu numerele 3-automorfe.
Comentariu: Primele denumite automorfe se regăsesc sub două definiţii distincte.
Definiţie (1): Un prim automorf este numărul prim p cu proprietatea că p^p se termină în cifrele ce-l compun pe p.
Primele 10 prime automorfe (secvenţa A052228 în OEIS): 5, 11, 31, 41, 61, 71, 101, 151, 193, 251.
Definiţie (2): Un prim automorf este numărul prim p cu proprietatea că p este al n-lea prim şi totodată se termină în cifrele ce-l compun pe n.
Primele 10 prime automorfe (secvenţa A046883 în OEIS): 17, 99551, 4303027, 6440999, 14968819, 95517973, 527737957, 1893230839, 1246492090901, 12426836115943.

Numere belgiene
Definiţie: Numerele n ce au proprietatea că, pornind de la numărul k şi adunând în ordine şi în mod repetat cifrele lui n, în secvenţa astfel obţinută se regăseşte numărul n, se numesc numere k-belgiene.
Exemplu: 176 este un număr 0-belgian pentru că 0 + 12*(1 + 7 + 6) + 1 + 7 = 176.
Primele 28 numere 0-belgiene (secvenţa A106039 în OEIS): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 17, 18, 20, 21, 22, 24, 26, 27, 30, 31, 33, 35, 36, 39.
Proprietăţi: Numărul de numere k-belgiene este infinit pentru orice k; toate numerele ce sunt multiplii sumei cifrelor lor sunt numere 0-belgiene; orice întreg aparţine cel puţin unei clase de numere k-belgiene.

Numere Bell
(vezi şi Numere Catalan; Numere idempotente; Numere Lah)
Definiţie: Numerele naturale ce satisfac următoarea relaţie de recurenţă exprimată cu ajutorul coeficienţilor binomiali: B_0 = 1, B_1 = 1 iar B_{n+1} este egal cu suma primilor n termeni multiplicaţi cu C (n, k), unde k ia valori de la 0 la n. Astfel, de exemplu, B_6 = 1*C(5, 0) + 1*C(5, 1) + 2*C(5, 2) + 5*C(5, 3) + 15*C(5, 4) + 52*C(5, 5) = 1*1 + 1*5 + 2*10 + 5*10 + 15*5 + 52*1 = 203.
Primele 16 numere Bell (secvenţa A000110 în OEIS): 1, 1, 2, 5, 15, 52, 203, 877, 4140, 21147, 115975, 678570, 4213597, 27644437, 190899322, 1382958545.
Notă: Numerele Bell, numite astfel după matematicianul scoţian Eric Temple Bell, au importanţă în combinatorică.
Referinţe:
(1) *Bell Numbers*, Robert Dickau.

Numere binomiale
(vezi şi Numere Cunningham; Numere Fermat; Numere Mersenne, Numere Proth)
Definiţie: Numerele de forma a^n ± b^n, unde a, b şi n sunt întregi.
Comentariu: Numerele binomiale pot fi scrise în felul următor: a^n – b^n = (a – b)*(a^(n – 1) + a^(n – 2)*b +…+ a*b^(n – 2) + b^(n – 1)), pentru orice n, respectiv a^n + b^n = (a + b)*(a^(n – 1) – a^(n – 2)*b +…– a*b^(n – 2) + b^(n – 1)), pentru n impar. Exemple: a^2 – b^2 = (a – b)*(a + b); a^3 – b^3 = (a – b)* (a^2 + a*b + b^2); a^3 + b^3 = (a + b)* (a^2 – a*b + b^2); a^4 – b^4 = (a – b)*(a + b)*(a^2 + b^2). După cum se vede, a^2 – b^2 şi a^3 – b^3 se descompun polinomial în doi factori iar a^4 – b^4 în 3 factori. Numărul polinoamelor în care se poate descompune a^n – b^n este dat de numărul divizorilor lui n, denumit şi tau(n). Numărul polinoamelor în care se poate descompune a^n + b^n este dat de numărul divizorilor impari ai lui n.
Primele 33 valori ale funcţiei tau(n) (secvenţa A000005 în OEIS): 1, 2, 2, 3, 2, 4, 2, 4, 3, 4, 2, 6, 2, 4, 4, 5, 2, 6, 2, 6, 4, 4, 2, 8, 3, 4, 4, 6, 2, 8, 2, 6, 4.
Primele 33 valori ale numărului de divizori impari ai lui n(secvenţa A001227 în OEIS): 1, 1, 2, 1, 2, 2, 2, 1, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 4, 1, 2, 3, 2, 2, 4, 2, 2, 2, 3, 2, 4, 2, 2, 4, 2, 1, 4.
Notă: A nu se confunda numerele binomiale cu coeficienţii binomiali, coeficienţi ce apar pe lângă termenii din dezvoltarea unui binom ridicat la puterea n; aceştia din urmă, ce se pot nota C(n, k), au valoarea egală cu n!/(n – k)!*k! şi sunt întâlniţi în teoria numerelor, dar majoritatea aplicaţiilor lor sunt în combinatorică.

Numere Blum
Definiţie: Numerele semiprime n, cu proprietatea că n = p*q, unde p şi q sunt prime de forma 4*k + 3.
Primele 20 numere Blum (secvenţa A016105 în OEIS): 21, 33, 57, 69, 77, 93, 129, 133, 141, 161, 177, 201, 209, 213, 217, 237, 249, 253, 301, 309.
Notă: Aceste numere au fost denumite după matematicianul venezuelean Manuel Blum.

Numere Brier
(vezi şi Numere Riesel; Numere Sierpiński)
Definiţie: Numerele ce sunt în acelaşi timp numere Riesel şi numere Sierpiński, cu alte cuvinte, numerele k pentru care k*2^n + 1 şi k*2^n – 1 sunt ambele compuse, pentru orice n > 0.
Cele mai mici 4 numere Brier cunoscute (secvenţa A076335 în OEIS): 143665583045350793098657, 1547374756499590486317191. 3127894363368981760543181, 3780564951798029783879299.
Notă: Denumirea acestor numere provine de la Eric Brier, ce a descoperit pentru prima dată un astfel de număr.
Referinţe:
(1) *A search for some small Brier numbers*, Yves Gallot.

Numere briliante
(vezi şi Numere semiprime)
Definiţie: Numere ce sunt produse a două prime având acelaşi număr de cifre.
Primele 22 numere briliante (secvenţa A078972 în OEIS): 4, 6, 9, 10, 14, 15, 21, 25, 35, 49, 121, 143, 169, 187, 209, 221, 247, 253, 289, 299, 319, 323.
Comentariu: Aceste numere sunt denumite astfel de către Peter Wallrodt. Numerele n-briliante sunt produsele a n prime având acelaşi număr de cifre.

Notă: Aceste numere au aplicaţii în criptografie şi în testarea performanţelor programelor de descompunere în factori primi.
Referinţe:
(1) *Brilliant numbers and a few sequences*, Jason Earls.

Numere Brown
(vezi şi Numere Wilson)
Definiţie: Perechi de întregi [m, n] între care există relaţia n! + 1 = m^2.
Singurele 3 perechi de numere Brown cunoscute: [5, 4], [11, 5], [71, 7].
Comentariu: Matematicianul ungar Paul Erdős (considerat unul dintre cei mai prolifici matematicieni ai secolului XX, cu peste 1500 de articole publicate), a conjecturat că nu mai există alte perechi de numere Brown în afară de cele 3 arătate. Descoperirea de eventuale alte numere Brown se numeşte Problema lui Brocard, după meteorologul şi matematicianul francez, din secolul XIX, ce a ridicat această problemă, Henri Brocard (independent, la începutul secolului XX, aceeaşi problemă a ridicat-o şi matematicianul indian Srinivasa Ramanujan).
Referinţe:
(1) *On the Brocard-Ramanujan diophantine equation*, Bruce C. Berndt şi William F. Galway.

Numere Carmichael
(vezi şi Numere Chernick; Numere Devaraj, Numere Giuga; Numere Knödel, Pseudoprime Fermat)
Definiţie: Numerele compuse n care satisfac relaţia a^(n – 1) ≡ 1(mod n) pentru orice întreg a coprim cu n.
Notă: Numerele Carmichael se mai numesc şi pseudoprime Fermat absolute; ele sunt singurele numere compuse ce satisfac relaţia arătată (Mica Teoremă a lui Fermat arată că toate numerele prime n satisfac această relaţie pentru orice a) pentru orice întreg a (numit bază); numerele compuse ce satisfac această relaţie pentru un anumit a se numesc pseudoprime Fermat relative de bază a.
Primele 16 numere Carmichael (secvenţa A002997 în OEIS): 561, 1105, 1729, 2465, 2821, 6601, 8911, 10585, 15841, 29341, 41041, 46657, 52633, 62745, 63973, 75361.
Comentariu: Matematicianul german Alwin Korselt a definit primul numerele Carmichael dar n-a furnizat exemple; primele astfel de numere au fost calculate la începutul secolului XX de către matematicianul american Robert Carmichael. Matematicienii William R. Alford, Andrew Granville şi Carl Pomerance au demonstrat în 1994 că clasa numerelor Carmichael este infinită (Paul Erdős conjecturase deja acest lucru).
Criteriul lui Korselt: Un număr întreg pozitiv compus C este număr Carmichael dacă şi numai dacă este liber de pătrate iar pentru orice p factor prim al lui C este adevărat că p – 1 divide C – 1; exemplu: 561 = 3*11*17 este un număr Carmichael deoarece este liber de pătrate iar 2 (= 3 – 1), 10 (= 11 – 1) şi 16 (= 17 – 1) divid 560 (= 561 – 1).
Proprietăţi: Toate numerele Carmichael sunt impare, sunt libere de pătrate şi au cel puţin trei factori primi. Toate pseudoprimele Euler absolute sunt totodată şi numere Carmichael (nu şi reciproc). Clasa numerelor Carmichael este una şi aceeaşi cu clasa numerelor 1-Knödel.
Referinţe:
(1) *There are infinitely many Carmichael numbers*, W.R. Alford *et al.*;
(2) *On generalised Carmichael numbers*, Lorenz Halbeisen şi Norbert Hungerbühler.

Numere Carol
(vezi şi Numere Kynea)
Definiţie: Numerele întregi definite prin formula 4^n – 2^(n + 1) – 1.
Primele 14 numere Carol (secvenţa A093112 în OEIS): -1, 7, 47, 223, 959, 3967, 16127, 65023, 261119, 1046527, 4190207, 16769023, 67092479, 268402687.
Definiţie: Numerele Carol ce sunt totodată şi prime se numesc prime Carol.
Primele 11 numere prime Carol (secvenţa A091516 în OEIS): 7, 47, 223, 3967, 16127, 1046527, 16769023, 1073676287, 68718952447, 274876858367, 4398042316799.
Comentariu: Există doar 25 prime Carol pînă la 4^1000.
Notă: Numerele Carol sunt denumite astfel, după numele unei prietene, de către cel ce le-a studiat pentru prima oară, matematicianul Cletus Emmanuel.

Numere Catalan
(vezi şi Numere Bell)
Definiţie: C_n = (2n!)/((n + 1)!*n!).
Primele 17 numere Catalan (secvenţa A000108 în OEIS): 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, 16796, 58786, 208012, 742900, 2674440, 9694845, 35357670.
Comentariu: Denumirea acestor numere i se datorează matematicianului belgian din secolul XIX Eugène Charles Catalan; ele se mai numesc şi numere Segner după matematicianul ungar Johann Segner care a găsit încă din secolul XVIII (ca răspuns la o problemă ridicată de Euler) formula de recurenţă a acestor numere (C_n este egal cu suma de la i = 0 la i = n – 1 a produselor C_i*C_{n-i-1}). Numerele Catalan au fost studiate şi de matematicianul elveţian Niklaus Fuss, matematicianul francez Gabriel Lamé ş.a. Aceste numere au multiple aplicaţii în combinatorică, reprezentînd soluţia la multe probleme ce implică aranjamente, permutări, combinări.
Primele 7 numere Catalan impare (secvenţa A038003 în OEIS): 1, 1, 5, 429, 9694845, 14544636039226909, 94295850558771979787935384946380125.
Proprietăţi: Singurele numere Catalan impare sunt cele de forma $C_{2^k - 1}$.
Ultima cifră a numerelor Catalan impare (secvenţa A094389 în OEIS): 1, 1, 5, 9, 5, 9, 5, 9, 7, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5.
Comentariu: Se presupune că, în afară de cele 6 excepţii de la începutul seriei, toate numerele Catalan impare sunt divizibile cu 5 (este verificat până la k = 10^5, unde C_k este numărul Catalan impar).
Notă: Numerele Catalan mai sunt uneori denumite numere Segner.

Numere Catalan-Mersenne
(vezi şi Numere Mersenne)
Definiţie: aceste numere reprezintă un subset al numerelor dublu Mersenne şi sunt definite astfel: $C_0 = 2$ iar, pentru $n \geq 0$, $C_{n+1} = 2^{C_n} - 1$.
Primele 5 numere Catalan-Mersenne (secvenţa A007013 în OEIS): 2, 3, 7, 127, 170141183460469231731687303715884105727.
Comentariu: Nu se cunoaşte dacă al 6-lea termen al seriei, C_5, este prim, dar se ştie că nu are divizori primi mai mici decât 10^51.

Numere centrate poligonale
(vezi şi Numere poligonale)
Definiţie: Numerele figurative ce se construiesc pe baza dispunerii regulate în plan, în jurul unui punct central, a unor puncte situate la distanţe egale, astfel încât să se obţină poligoane regulate.

Notă: Potrivit definiţiei, există deci numere centrate triunghiulare *(secvenţa A005448 în OEIS)*, numere centrate pătratice *(secvenţa A001844 în OEIS)*, numere centrate pentagonale *(secvenţa A005891 în OEIS)*, numere centrate hexagonale *(secvenţa A003215 în OEIS)* ş.a.m.d.
Formula numărului centrat triunghiular m: m = 3*n*(n + 1)/ 2 + 1.
Formula numărului centrat pătratic m: m = 2*n*(n + 1) + 1.
Formula numărului centrat pentagonal m: m = 5*n*(n + 1)/2 + 1.
Formula numărului centrat hexagonal m: m = 3*n*(n + 1) + 1.
Referinţe:
(1) *Hogben's centered polygonal numbers*, Robert Munafo.

Numere Chernick
(vezi şi Numere Carmichael; Numere Hardy-Ramanujan; Numere prime; Numere Zeisel)
Definiţie: Numere Carmichael de forma (6*k + 1)*(12*k + 1)*(18*k + 1), unde 6*k + 1, 12*k + 1 şi 18*k + 1 sunt toate trei prime.
Definiţie echivalentă: Numere Carmichael de forma n*(2*n – 1)*(3*n – 2), unde n, 2*n – 1 şi 3*n – 2 sunt toate trei prime.
Primele 10 numere Chernick (secvenţa A033502 în OEIS): 1729, 294409, 56052361, 118901521, 172947529, 216821881, 228842209, 1299963601, 2301745249, 9624742921.
Comentariu: Jack Chernick a demonstrat în 1939 că, dacă numerele 6*k + 1, 12*k + 1 şi 18*k + 1 sunt toate trei prime (pentru un k natural), atunci (6*k + 1)*(12*k + 1)*(18*k + 1) este un număr Carmichael. Primul număr din seria lui Chernick, 1729, este cunoscut ca „numărul Hardy-Ramanujan" şi este un număr cu o serie de proprietăţi deosebite. Nu se cunoaşte dacă există o infinitate de numere Carmichael de forma Chernick, această problemă constituindu-se într-un subcaz al Conjecturii lui Dickson.
Notă: Numerele Chernick sunt un subset al numerelor Carmichael de forma (30*n – p)*(60*n – (2*p + 1))*(90*n – (3*p + 2)), unde n este natural iar p, 2*p + 1 şi 3*p + 2 sunt prime (*secvenţa A182087 în OEIS*); această formulă cuprinde toate numerele Chernick şi relevă apartenenţa lor la două categorii: de forma (30*n + 7)*(60*n + 13)*(90*n + 19) respectiv de forma (30*n + 1)*(60*n + 1)*(90*n + 1).
Proprietăţi: Formula lui Chernick de generare a numerelor Carmichael poate fi extinsă la numere cu k (unde k ≥ 3) factori primi: C_k = (6*n + 1)*(12*n + 1)*P, unde P este un produs de k – 2 numere prime de forma (9*2^m*n + 1), unde m ia valori de la 1 la k – 2, de asemenea 6*n + 1 şi 12*n + 1 sunt prime, iar n este divizibil cu 2^(k – 4).
Referinţe:
(1) *Carmichael numbers of the form (6m + 1)(12m + 1)(18m + 1)*, Harvey Dubner;
(2) *A new method for producing large Carmichael numbers*, Harvey Dubner.

Numere ciclice
(vezi şi Prime circulare; Prime lungi)
Definiţie: Numere întregi cu proprietatea că prin permutări ciclice ale cifrelor se generează multipli succesivi ai numerelor respective.
Exemplu: n = 142857 este un astfel de număr pentru că n*2 = 285714; n*3 = 428571; n*4 = 571428; n*5 = 714285 iar n*6 = 857142.
Notă: Definiţia cere ca permutările ciclice să fie multiplii succesivi; astfel, deşi permutările ciclice ale lui m = 076923 sunt numere egale cu m*3, m*4, m*9, m*10 şi m*12, acesta nu este considerat număr circlic, pentru că 3, 4, 9, 10 şi 12 nu sunt numere succesive.

Primele 5 numere ciclice (secvenţa A004042 în OEIS): 142857, 0588235294117647, 052631578947368421, 0434782608695652173913, 0344827586206896551724137931.
Notă: Dacă numerele cu 0 poziţionat în faţă ar fi scoase din această serie, 142857 ar rămâne singurul număr ciclic.
Comentariu: Numerele ciclice sunt generate de aşa numitele prime lungi p (mai numite şi *„full reptend primes"*), unde p are proprietatea că perioada expansiunii decimale a numărului raţional 1/p este un număr format din p – 1 cifre (de exemplu numărul 7 este un prim lung pentru că 1/7 este egal cu 0.142857142857…, deci are perioada egală cu 142857, un număr format din 6 cifre, ce este, după cum s-a arătat în exemplul de mai sus, număr ciclic).
Referinţe:

(1) *Integer analogs to logarithms based on cyclic numbers*, Kaiser S. Kunz.

Numere ciudate
(vezi şi Numere abundente; Numere pseudoperfecte)
Definiţie: Un număr se numeşte ciudat dacă este abundent dar nu este totodată şi pseudoperfect.
Primele 16 numere ciudate (secvenţa A006037 în OEIS): 70, 836, 4030, 5830, 7192, 7912, 9272, 10430, 10570, 10792, 10990, 11410, 11690, 12110, 12530, 12670.
Proprietăţi: Există o infinitate de numere ciudate, dar nu se cunoaşte niciun astfel de număr impar; dacă ar exista, acesta ar trebui să fie mai mare decât 10^17.

Numere colosal abundente
(vezi şi Numere extrem compuse superioare)
Definiţie: Numere întregi pozitive n pentru care există k > 0 astfel încât σ(n)/n^k ≥ σ(m)/m^k pentru orice m > 1, unde σ(m) şi σ(n) reprezintă suma divizorilor numerelor m şi n.
Primele 28 valori ale funcţiei divizor sigma(n) (secvenţa A000203 în OEIS): 1, 3, 4, 7, 6, 12, 8, 15, 13, 18, 12, 28, 14, 24, 24, 31, 18, 39, 20, 42, 32, 36, 24, 60, 31, 42, 40, 56.
Primele 16 numere colosal abundente (secvenţa A004490 în OEIS): 2, 6, 12, 60, 120, 360, 2520, 5040, 55440, 720720, 1441440, 4324320, 21621600, 367567200, 6983776800.
Comentariu: Aceste numere au fost pentru prima oară studiate de Srinivasa Ramanujan (1915), apoi de Paul Erdős şi Leonidas Alaoglu (1944). Ele reprezintă un subset al mulţimii numerelor superabundente.
Proprietăţi: Pe baza faptului că raportul dintre două numere colosal abundente consecutive este un număr prim în cazul primilor 10^7 termeni ai acestei mulţimi, s-a prezumat că acest raport este întotdeauna prim (Erdős şi Alaoglu au demonstrat că acest raport este întotdeauna ori prim ori produs de două prime distincte); în baza acestei prezumţii se poate arăta că există o serie infinită de prime p_1, p_2, … (nu distincte) astfel încât al n-lea număr colosal abundent să se poată scrie ca $p_1*p_2*…*p_n$. Primii 29 termeni ai acestei serii sunt: 2, 3, 2, 5, 2, 3, 7, 2, 11, 13, 2, 3, 5, 17, 19, 23, 2, 29, 31, 7, 3, 37, 41, 43, 2, 47, 53, 59, 5 (*secvenţa A073751 în OEIS*).
Referinţe:

(1) *On highly composite and similar numbers*, L. Alaoglu şi P. Erdős.

Numere columbiene
(vezi Numere Devlali)

Numere compozitoriale
(vezi şi Numere factoriale; Numere primoriale)
Notă: Denumirea acestor numere *(„compositorial numbers")* provine de la *„composite numbers"* (numere compuse) precum şi de la analogia cu numerele factoriale şi numerele primoriale. Denumirea acestor numere a fost sugerată de matematicianul Iago Camboa.
Definiţie: Numerele definite ca produsul tuturor numerelor compuse mai mici sau egale cu un număr natural n, sau altfel spus ca raportul dintre produsul tuturor numerelor naturale mai mici sau egale cu n (factorialul lui n) şi produsul tuturor numerelor prime mai mici sau egale cu n (primorialul lui n), algebric formulat n!/n#.
Primele 12 numere compozitoriale (secvenţa A036691 în OEIS): 1, 4, 24, 192, 1728, 17280, 207360, 2903040, 43545600, 696729600, 12541132800, 250822656000.
Definiţie: Tot prin analogie cu primele factoriale, primele de forma n!/n# + 1 şi n!/n# – 1 au fost denumite prime compozitoriale.

Numere compuse
Definiţie: Numere întregi pozitive ce au cel puţin încă un divizor în afară de 1 şi de numărul însuşi, cu alte cuvinte toate numerele naturale mai mari decât 1 care nu sunt prime (numerele de forma n = x*y, unde x şi y naturale, x > 1, y > 1). Mulţimea numerelor naturale mai mari decât 0 se divide astfel în trei submulţimi: numerele prime, numerele compuse şi 1 (unitatea) ce este un caz special: nu este nici prim nici compus.
Definiţie: Mulţimea numerelor întregi pozitive necompuse *(„non-composites")* cuprinde aşadar numerele prime şi pe numărul 1.
Primele 26 numere compuse (secvenţa A002808 în OEIS): 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39.
Proprietăţi: Există un număr infinit de numere compuse. După cum a demonstrat Euclid, orice număr compus poate fi descompus într-un mod unic într-un produs de doi sau mai mulţi factori primi ridicaţi la o anumită putere; acest fapt este cunoscut drept Teorema fundamentală a aritmeticii. Toate numerele exprimabile ca suma a două sau mai multe numere impare consecutive sunt compuse. Un număr este prim dacă şi numai dacă nu poate fi exprimat ca suma a trei sau mai multe numere întregi consecutive. Matematicianul Karl Prachar a arătat că există multe numere de forma p – 1, unde p este prim, ce au mulţi factori primi.

Numere concatenate
(vezi şi Numere consecutive Smarandache; Numere Kaprekar; Numere Smarandache-Wellin; Prime interioare)
Definiţie: Numere obţinute prin operaţia de „concatenare", ce constă în „alipirea cap-coadă" a cifrelor a două sau mai multe numere; de exemplu din numerele 23 şi 5 se obţine prin concatenare 235.
Comentariu: Numerele obţinute prin concatenarea primelor n numere întregi se numesc numere consecutive Smarandache; de asemenea, numerele obţinute prin concatenarea primelor n numere prime se numesc numere Smarandache-Wellin. Alte serii interesante de numere se obţin prin concatenarea primelor n numere impare *(secvenţa A019519 în OEIS)*, concatenarea primelor n pătrate *(secvenţa A019521 în OEIS)* şi concatenarea primelor n cuburi *(secvenţa A019522 în OEIS)*. Toate aceste serii au un comun faptul că sunt extrem de sărace în prime. Multe serii de acest tip au fost studiate de matematicianul american de origine română Florentin Smarandache.
Referinţe:
(1) *Smarandache concatenate type sequences*, Helen Marimutha.

Numere Connell
Definiţie: Numerele întregi selectate în felul următor: primul număr întreg impar (1), următoarele două numere întregi pare (2, 4), următoarele trei numere întregi impare (5, 7, 9) ş.a.m.d.
Primele 27 numere Connell (secvenţa A001614 în OEIS): 1, 2, 4, 5, 7, 9, 10, 12, 14, 16, 17, 19, 21, 23, 25, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 37, 39, 41, 43, 45, 47.
Proprietăţi: Formula generică a acestor numere este următoarea: C_n = 2*n – f(n), unde am notat cu f(n) partea întreagă a numărului ((1 + (8*n – 7)^(1/2))/2.
Exemplu: Cel de-al zecelea număr Connell este 16 deoarece C_{10} = 2*10 – f(10) iar f(10) este partea întreagă a numărului ((1 + (8*10 – 7)^(1/2))/2, adică 4.
Notă: Denumirea acestor numere i se datorează lui Ian Connell, cel ce a evidenţiat proprietăţile acestei serii.
Referinţe:

(1) *On generalizing the Connell sequence*, Douglas E. Iannucci şi Donna Mills-Taylor.

Numere congruente
Notă: În aritmetică noţiunea comportă mai multe definiţii.
Definiţie 1: Numerele întregi m şi n se numesc congruente modulo x dacă restul împărţirii lui m la x este egal cu restul împărţirii lui n la x; se notează m ≡ n(mod x).
Definiţie 2: Numerele întregi [x, y, a, b] se numesc congruente dacă sunt soluţii ale sistemului de ecuaţii: x^2 + y = a^2; x^2 – y = b^2. Se poate arăta că y este în acest caz egal cu aria unui triunghi dreptunghic ale cărui laturi au mărimi raţionale (ca şi contraexemplu, mărimea ipotenuzei unui dreptunghi ce are ambele catete egale cu 1 va fi egală cu rădăcina pătrată a lui 2, un număr iraţional). Numerele y ce satisfac aceste ecuaţii se numesc *congruum* (plural *congrua*); matematicianul italian Leonardo Fibonacci a dovedit încă de la începutul secolului XIII că toate acestea sunt divizibile cu 24.
Primele 20 congrua (secvenţa A057102 în OEIS): 24, 96, 120, 240, 336, 384, 480, 720, 840, 960, 1320, 1344, 1536, 1920, 1944, 2016, 2184, 2520, 2880, 3360.
Comentariu: Problema găsirii numerelor întregi [x, y, a, b] ce satisfac relaţiile arătate a fost generalizată la găsirea numerelor întregi [x, y, z, a, b] ce satisfac sistemul de ecuaţii: x^2 + y*z^2 = a^2; x^2 – y*z^2 = b^2. În acest caz numerele [x, y, z, a, b] se numesc congruente, iar z = 1 este doar un caz particular.

Numere consecutive
Definiţie: Numerele 1, 2, 3, 4 sau 7, 8, 9, 10, 11 sunt consecutive, cu alte cuvinte o mulţime de numere naturale ordonate firesc, fără a „sări” niciun termen. De asemenea se poate vorbi de numere pare (sau impare) consecutive, multipli ai lui n consecutivi (*e.g.* 9, 12, 15 pentru n = 3), pătrate consecutive (*e.g.* 2^2, 3^2, 4^2), pătrate de prime consecutive (*e.g.* 3^2, 5^2, 7^2), cuburi consecutive, prime consecutive ş.a.m.d.
Primele 23 pătrate consecutive (secvenţa A000290 în OEIS): 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484.
Primele 20 cuburi consecutive (secvenţa A000578 în OEIS): 0, 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, 1331, 1728, 2197, 2744, 3375, 4096, 4913, 5832, 6859.
Primele 26 prime consecutive (secvenţa A000040 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101.
Notă: Suma primelor n numere naturale consecutive este egală cu (n^2)/2 + n/2. Suma pătratelor primelor n numere naturale consecutive este egală cu (n^3)/3 + (n^2)/2 + n/6.

Suma cuburilor primelor n numere naturale consecutive este egală cu (n^4)/4 + (n^3)/2 + (n^2)/4.
Proprietăţi: Un număr natural se poate scrie ca o sumă de numere naturale consecutive dacă şi numai dacă nu este putere a lui 2.
Comentariu: Produsul primelor n numere consecutive este dat de funcţia factorial; produsul primelor n numere prime consecutive este dat de funcţia primorial; produsul primelor n numere compuse consecutive este dat de funcţia compozitorial.
Notă: Una dintre conjecturile consacrate în teoria numerelor, nedemonstrată încă în pofida evidenţei sale aparente, este Conjectura lui Legendre, ce statuează că există întotdeauna cel puţin un număr prim între două pătrate consecutive.
Referinţe:

(1) *Sums of consecutive integers*, Wai Yan Pong;
(2) *More on sums of consecutive numbers*, Philip Maynard şi Yingh Zhou;
(3) *Sums of consecutive numbers modulo n*, Philip Maynard;
(4) *Primes between consecutive squares and the Lindelöf Hypothesis*, Danilo Bazzanella.

Numere consecutive Smarandache
(vezi şi Numere concatenate, Numere Smarandache-Wellin; Prime Smarandache)
Definiţie: Numerele obţinute prin concatenarea primelor n numere întregi pozitive.
Primele 11 numere consecutive Smarandache (secvenţa A007908 în OEIS): 1, 12, 123, 1234, 12345, 123456, 1234567, 12345678, 123456789, 12345678910, 1234567891011.
Proprietăţi: Clasa numerelor consecutive Smarandache are următoarea proprietate deosebită: până acum nu se cunoaşte niciun număr prim în această serie deşi s-au verificat primii circa 40 mii de termeni.
Comentariu: Seriile obţinute prin concatenarea diverselor clase de numere sunt denumite serii de numere consecutive *(„consecutive number sequences”)*, iar adesea sunt numite generic serii Smarandache, drept recunoaştere a aportului acestuia în studiul numerelor obţinute prin concatenare. O astfel de serie, de exemplu, este cea obţinută prin concatenarea primilor n termeni ai seriei Fibonacci *(secvenţa A019523 în OEIS)*. O altă clasă de astfel de numere este cea denumită *„Reversed Smarandache concatenated numbers”*, definită pentru un n ca şi concatenarea tuturor întregilor pozitivi de la 1 la n, în ordine inversă: 1, 21, 321, 4321 ş.a.m.d. *(secvenţa A000422 în OEIS)*; singurele două prime cunoscute formate astfel sunt cele obţinute pentru n = 82 (*i.e.* 828180…4321) şi n = 37765 (*i.e.* 3776537764…4321).
Referinţe:

(1) *Sequences of numbers involved in unsolved problems*, Florentin Smarandache;
(2) *Smarandache sequences of happy numbers*, Shyam Sunder Gupta;
(3) *Consecutive, reversed, mirror and symmetric Smarandache sequences of triangular numbers*, Delfim F.M. Torres şi Viorica Teca.

Numere Conway-Guy
Definiţie: Numerele C(n) obţinute prin următoarea relaţie de recurenţă: C(n + 1) = 2*C(n) – C(n – m), unde m este partea întreagă a numărului (2*n)^(1/2) + 1/2.
Primele 20 numere Conway-Guy (secvenţa A005318 în OEIS): 0, 1, 2, 4, 7, 13, 24, 44, 84, 161, 309, 594, 1164, 2284, 4484, 8807, 17305, 34301, 68008, 134852.
Comentariu: Seria se datorează matematicienilor John H. Conway şi Richard K. Guy ce au conjecturat că mulţimile de numere întregi obţinute prin formula C(k) – C(k – i), unde $1 \leq i \leq k$, au proprietatea că toate submulţimile lor au sume distincte.
Referinţe:

(1) *A sum packing problem of Erdős and the Conway-Guy sequence*, Tom Bohman;
(2) *A generalization of a subset-sum-distinct sequence*, Jaegug Bae şi Sungjin Choi.

Numere coprime
Definiţie: Două numere întregi m şi n sunt coprime sau relativ prime dacă singurul lor divizor comun este 1, cu alte cuvinte cmmdc(m, n) = 1.
Notă: Coprimalitatea numerelor 0 şi 1 cu celelalte numere întregi este subiect de dezbateri (ca tot ceea ce priveşte natura acestor două numere), dar se consideră îndeobşte că orice întreg este coprim cu numărul 1 iar numărul 0 nu este coprim cu niciun întreg.
Comentariu: Un mod de a determina dacă două numere întregi sunt coprime (sau de a calcula cel mai mare divizor comun al lor, în cazul în care nu sunt coprime) este algoritmul lui Euclid. Matematicianul francez din secolul XIX Gabriel Lamé a demonstrat că cel mai mare divizor comun a două numere întregi se află, aplicând algoritmul lui Euclid, în maximum 5*k paşi, unde k este numărul cifrelor celui mai mic dintre cele două numere.
Proprietăţi: Dacă a şi b sunt coprime iar a divide produsul b*c, atunci a îl divide pe c. Dacă a + b este prim, atunci a şi b sunt coprime. De asemenea, a şi b sunt coprime dacă şi numai dacă numerele 2^a – 1 şi 2^b – 1 sunt coprime. Potrivit aşa numitei identităţi a lui Bézout, dacă numerele m şi n sunt întregi, cel puţin unul diferit de zero, atunci există numerele întregi a şi b astfel încât a*m + b*n = cmmdc(m, n). Deci, dacă numerele m şi n sunt coprime, există numerele întregi a şi b astfel încât a*m + b*n = 1.

Numere coprimoriale
(vezi şi Numere primoriale, Numere totative)
Definiţie: Coprimorialul unui număr întreg pozitiv n (uneori numit şi n-phi-torial sau phi-torialul lui n, de la indicatorul lui Euler) este egal cu produsul totativelor lui n (un număr totativ al lui n este un număr k, 0 < k < n, ce este relativ prim cu n).
Valoarea lui n coprimorial pentru primele 16 valori ale lui n (secvenţa A001783 în OEIS): 1, 1, 2, 3, 24, 5, 720, 105, 2240, 189, 3628800, 385, 479001600, 19305, 896896, 2027025, 20922789888000.
Definiţie: Noncoprimorialul unui număr întreg pozitiv n este egal cu produsul cototativelor lui n (un număr cototativ al lui n este un număr k, 0 < k < n, ce nu este relativ prim cu n).
Valoarea lui n noncoprimorial pentru primele 16 valori ale lui n (secvenţa A066570 în OEIS): 1, 2, 3, 8, 5, 144, 7, 384, 162, 19200, 11, 1244160, 13, 4515840, 1458000, 10321920.
Notă: Valoarea lui 1 noncoprimorial este prin convenţie (sau justificat prin conceptul de *„empty product”*) egală cu 1.

Numere cototative
(vezi Numere totative)

Numere cubice
(vezi şi Numere Hardy-Ramanujan; Numere pătratice; Numere platoniciene)
Definiţie: Numerele cubice, numite şi cuburi perfecte, sunt numerele naturale de forma n^3 = n*n*n.
Primele 20 numere cubice (secvenţa A000578 în OEIS): 0, 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, 1331, 1728, 2197, 2744, 3375, 4096, 4913, 5832, 6859.
Notă: Numerele cubice sunt un subset al numerelor poligonale.

Proprietăţi: Suma cuburilor primelor n numere naturale este egală cu (n^4)/4 + (n^3)/2 + (n^2)/4. Rădăcina cifrică a unui cub poate avea doar valorile 1, 8 sau 9. Un număr cubic se poate scrie ca diferenţa a două numere pătratice. Ca şi caz particular al Conjecturii lui Waring (demonstrată la începutul secolului XX), se ştie că orice număr natural se poate scrie ca suma a cel mult 9 numere cubice naturale; matematicianul american Leonard Eugene Dickson a demonstrat că singurele numere naturale ce au nevoie de maximum 9 cuburi (pentru a fi scrise astfel) sunt 23 şi 239; matematicianul german Arthur Wieferich a demonstrat că singurele numere naturale ce au nevoie de maximum 8 cuburi sunt 15, 22, 50, 114, 167, 175, 186, 212, 231, 238, 303, 364, 420, 428 şi 454, deci orice număr cubic natural suficient de mare se poate scrie ca suma a maximum 7 cuburi (nu se ştie dacă acest număr poate fi în continuare redus). Matematicianul britanic Frederick Pollock a conjecturat la mijlocul secolului XIX că orice număr întreg se poate scrie ca suma a maximum 9 numere cubice întregi. De asemenea, se ştie că există un număr finit de numere naturale (exact 2788) ce nu pot fi exprimate ca sumă de cuburi distincte *(secvenţa A001476 în OEIS)*. Cele mai mici numere ce pot fi scrise ca suma a două cuburi în n feluri diferite se numesc numere Hardy-Ramanujan (matematicianul indian Ramanujan a observat că numărul 1729 e cel mai mic număr natural ce se poate scrie ca suma a două cuburi în două feluri distincte). Cazul n = 3 al celebrei Mari (sau Ultime) Teoreme a lui Fermat (ecuaţia diofantică a^n + b^n = c^n nu are soluţii pentru n mai mare decât 2) a fost demonstrat de Euler (cazul general al teoremei a fost demonstrat de matematicianul Andrew Wiles, în ultimul deceniu al secolului XX).
Definiţie: Numerele prime ce sunt egale cu diferenţa dintre două cuburi succesive, p = n^3 – (n – 1)^3, se numesc *„cuban primes”*.
Primele 20 astfel de numere prime (secvenţa A002407 în OEIS): 7, 19, 37, 61, 127, 271, 331, 397, 547, 631, 919, 1657, 1801, 1951, 2269, 2437, 2791, 3169, 3571, 4219.

Numere Cullen
(vezi şi Numere Proth; Numere Woodall)
Definiţie: Numere naturale de forma C_n = n*2^n + 1.
Primele 17 numere Cullen (secvenţa A002064 în OEIS): 1, 3, 9, 25, 65, 161, 385, 897, 2049, 4609, 10241, 22529, 49153, 106497, 229377, 491521, 1048577.
Definiţie: Primele de forma C_n = n*2^n + 1 se numesc prime Cullen (până în prezent se cunosc doar 16 astfel de prime).
Valoarea lui n pentru cele 16 prime Cullen cunoscute (secvenţa A005849 în OEIS): 1, 141, 4713, 5795, 6611, 18496, 32292, 32469, 59656, 90825, 262419, 361275, 481899, 1354828, 6328548, 6679881.
Comentariu: Numerele Cullen au fost pentru prima oară studiate de preotul iezuit irlandez, totodată matematician, James Cullen în 1905 şi reprezintă un caz particular al numerelor Proth. Cullen a observat că în afara primului număr de acest fel, C_1 = 3, 98 din următoarele 99 numere sunt compuse (nu s-a putut pronunţa asupra statutului lui C_{53} dovedit ulterior compus). Matematicianul britanic Allan Joseph Champneys Cunningham a arătat că din primele 200 numere de acest fel doar C_3 e prim şi nu s-a putut pronunţa asupra statutului lui C_{141} (dovedit, după câteva decenii, ca fiind prim). Numerele Cullen au fost studiate şi de Cristopher Hooley care a arătat că majoritatea numerelor Cullen sunt compuse (densitatea primelor printre acestea este foarte redusă şi tinde spre zero proporţional cu ordinul de mărime a lui n; totuşi se presupune – nu s-a demonstrat deocamdată – că numărul acestora este infinit). Demonstraţia lui Hooley (din 1976) a fost apoi extinsă şi asupra numerelor Woodall, şi acestea fiind, deci, în marea lor majoritate, compuse. Proiectul PrimeGrid conduce o căutare a numerelor

prime Cullen; la data de 25 iulie 2009 s-a dat publicităţii cel mai mare prim Cullen descoperit până în prezent, şi anume 6679881*2^6679881 + 1, un megaprim cu peste 2 milioane de cifre.
Proprietăţi: Numerele Cullen sunt divizibile cu p = 2*n – 1 dacă p este prim de forma 8*k ± 3. Numerele Cullen sunt divizibile cu p = (2*n – 1)/3 dacă p este prim de forma 8*k ± 1. Dacă p este prim impar, atunci C_{p-1} şi C_{p-2} sunt divizibile cu p.
Notă: Un alt lucru care nu se cunoaşte despre numerele Cullen este dacă n şi C_n pot fi simultan prime (nu este cazul, deci, al celor 16 prime Cullen cunoscute).
Definiţie: Numerele naturale de forma n*b^n + 1, unde n > b – 2, se numesc numere Cullen generalizate (iar primele de acest fel prime Cullen generalizate).
Notă: Numerele Woodall (numerele de felul n*2^n – 1) se numesc uneori numere Cullen de tipul doi.
Referinţe:

(1) *Divisibility of Cullen numbers*, James Cullen;
(2) *Cullen numbers with the Lehmer property*, José María Grau Ribas şi Florian Luca.

Numere Cunningham
(vezi şi Numere binomiale; Numere Fermat; Numere Mersenne)
Definiţie: Un număr întreg se numeşte număr Cunningham dacă este de forma b^n ± 1, unde b şi n sunt întregi iar b nu este puterea unui număr întreg.
Notă: Aceste numere sunt denumite astfel după matematicianul britanic Allan J.C. Cunningham. Tot după acest matematician este denumit şi „Proiectul Cunningham" *(„Cunningham project")* ce se ocupă cu descompunerea în factori a numerelor de forma b^n ± 1, pentru b = 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12. Cunningham a publicat în anii '20 ai secolului XX, împreună cu Herbert J. Woodall, o carte cu tabele despre primalitatea şi factorizarea acestui tip de numere, tabele la a căror completare se lucrează în continuare.
Comentariu: Clasele de numere Fermat şi Mersenne sunt subclase ale clasei de numere Cunningham. Primele de forma b^n ± 1 sunt foarte rare; se cunosc doar 5 prime Fermat, numere de forma 2^(2^m) + 1 şi 47 de prime Mersenne, numere de forma 2^n – 1.
Notă: Este necesar (dar nu şi suficient), pentru ca un număr de forma 2^n + 1 să fie prim, ca n să fie de forma n = 2^m.

Numere deficiente
(vezi Numere abundente; Numere perfecte)
Definiţie: Un număr se numeşte deficient dacă este mai mare decât suma alicotă a divizorilor săi (respectiv abundent dacă este mai mic decât aceasta sau perfect dacă este egală cu aceasta), cu alte cuvinte 2*n > σ(n).
Sumele alicote ale primilor 28 întregi pozitivi (secvenţa A001065 în OEIS): 0, 1, 1, 3, 1, 6, 1, 7, 4, 8, 1, 16, 1, 10, 9, 15, 1, 21, 1, 22, 11, 14, 1, 36, 6, 16, 13, 28.
Primele 25 numere deficiente (secvenţa A005100 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 29, 31.
Proprietăţi: Numerele prime, puterile numeror prime precum şi orice divizor al unui număr deficient sau perfect sunt toate numere deficiente.
Referinţe:

(1) *Long gaps between deficient numbers*, Paul Pollack.

Numere Delannoy
(vezi şi Numere Catalan; Numere Motzkin; Numere Narayana)

Definiţie: Numere exprimate prin coeficienţi binomiali ca suma de la k = 0 la k = n a produselor C(n, k)*C(n + k, k), prin recurenţă ca $D_n = (3*(2*n – 1)*D_{n-1} – (n – 1)*D_{n-2})/n$ iar prin funcţia generatoare ca f(x) = 1/((1 – 6*x + x^2)^(1/2)).
Notă: Aceste numere, denumite după matematicianul francez Henri Auguste Delannoy, au importanţă în combinatorică.
Referinţe:

(1) *Why Delannoy numbers?*, Cyril Banderier şi Sylviane Schwer.

Numere Demlo

(vezi şi Numere palindromice; Numere repunit)
Definiţie: Formula generică a unui număr Demlo este D_n = (10^n – 1)/9)^2.
Primele 10 numere Demlo (secvenţa A002477 în OEIS): 1, 121, 12321, 1234321, 123454321, 12345654321, 1234567654321, 123456787654321, 12345678987654321, 1234567900987654321.
Notă: Aceste numere sunt denumite astfel de către matematicianul indian D.R. Kaprekar, căruia i se datorează mai multe descoperiri în teoria numerelor; acesta le-a denumit astfel după numele unei gări din apropiere de Bombay, unde i-a venit ideea să le studieze, observând la întâmplare numere de pe vagoane, tramvaie etc.
Proprietăţi: Numerele Demlo sunt pătratele numerelor repunit (11, 111, 1111…). Primele 9 numere Demlo sunt numere palindromice.
Notă: Aceste numere sunt denumite îndeobşte numere Demlo, în realitate însă această denumire nu aparţine lui Kaprekar, acesta numindu-le *„wonderful Demlo numbers”* şi considerându-le un subset al unei serii mai largi de numere, conţinând şi alte tipuri de numere Demlo, mai puţin analizate în teoria numerelor. De asemenea, secvenţa originală a lui Kaprekar conţinea doar primii termeni 9 ai seriei, cei palindromici.
Referinţe:

(1) *Observations on the Demlo numbers*, Jason Earls.

Numere Devaraj

(vezi Numere Carmichael)
Definiţie: Numerele naturale libere de pătrate cu cel puţin doi factori primi $N = P_1*P_2*…*P_k$, având proprietatea că produsul $(P_1 – 1)*(P_2 – 1)*…*(P_k – 1)$ divide cmmdc(P_1 – 1, P_2 – 1, …, P_k – 1)^2*(N – 1)^(k – 2).
Exemplu: Numărul 561 = 3*11*17 este un număr Devaraj pentru că numărul 2*10*16 = 320 divide numărul 2^2*560^1 = 2240.
Primele 16 numere Devaraj (secvenţa A104016 în OEIS): 561, 1105, 1729, 2465, 2821, 6601, 8911, 10585, 11305, 15841, 29341, 39865, 41041, 46657, 52633, 62745.
Comentariu: Matematicianul amator A.K. Devaraj a conjecturat că această clasă de numere este identică cu cea a numerelor Carmichael; într-adevăr, s-a demonstrat că fiecare număr Carmichael este de asemenea un număr Devaraj, dar şi că reciproca nu este adevărată.
Primele 16 numere Devaraj ce nu sunt şi numere Carmichael (secvenţa A104017 în OEIS): 11305, 39865, 96985, 401401, 464185, 786961, 1106785, 1296505, 1719601, 1993537, 2242513, 2615977, 2649361.

Numere Devlali

Definiţie: Numerele Devlali, uneori denumite şi *„Colombian numbers”* sau *„self numbers”*, sunt numerele ce nu pot fi scrise ca n + S(n), unde n este întreg iar S(n) este suma cifrelor lui n.
Exemplu: Numărul 15 nu este un astfel de număr deoarece poate fi scris ca 15 + (1 + 5).

Primele 23 numere Devlali (secvenţa A003052 în OEIS): 1, 3, 5, 7, 9, 20, 31, 42, 53, 64, 75, 86, 97, 108, 110, 121, 132, 143, 154, 165, 176, 187, 198.
Notă: Aceste numere sunt definite de către matematicianul indian D.R. Kaprekar, căruia i se datorează descoperirea mai multor clase de numere; acesta s-a născut în oraşul numit Devlali (sau Deolali).
Comentariu: Clasa numererelor Devlali este infinită. O formulă de recurenţă ce generează numere Devlali este următoarea: $D_k = 8*10^{(k-1)} + D_{k-1} + 8$, unde $C_1 = 9$.
Definiţie: Numerele Devlali ce sunt totodată şi prime se numesc prime Devlali sau prime columbiene.
Primele 23 prime Devlali (secvenţa A006378 în OEIS): 3, 5, 7, 31, 53, 97, 211, 233, 277, 367, 389, 457, 479, 547, 569, 613, 659, 727, 839, 883, 929, 1021, 1087.
Comentariu: În 2006, matematicianul britanic Luke Pebody a descoperit cel mai mare prim Devlali (ce este totodată şi prim Mersenne) şi anume numărul 2^24036583 – 1.
Referinţe:

(1) *On k-self-numbers and universal generated numbers*, Tianxin Cai.

Numere dublu Mersenne
(vezi şi Numere Mersenne; Numere Catalan-Mersenne)
Definiţie: Numere naturale de forma 2^(2^p – 1) – 1, unde 2^p – 1 este număr Mersenne.
Primele 4 numere dublu Mersenne (secvenţa A077586 în OEIS): 7, 127, 2147483647, 170141183460469231731687303715884105727.
Notă: Primele 4 numere dublu Mersenne sunt prime (următoarele 4 nu sunt prime).
Definiţie: Primele de forma 2^(2^p – 1) – 1, unde 2^p – 1 este număr Mersenne, se numesc prime dublu Mersenne.
Comentariu: Numerele dublu Mersenne 2^(2^p – 1) – 1 pot fi prime doar dacă 2^p – 1 este prim (similar numerelor Mersenne simple unde 2^p – 1 este prim doar dacă p – 1 este prim).
Notă: În afara primelor 8 numere dublu Mersenne (având exponenţii p = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19 şi 31), nu sunt date despre primalitatea celorlalte, deja următorul număr, având exponentul p = 61, fiind prea mare pentru a fi factorizat).

Numere echidigitale
(vezi Numere risipitoare)

Numere egiptene
Definiţie: Se numesc numere egiptene numerele ce se pot scrie ca suma numitorilor unor fracţii având numărătorul egal cu 1, fracţii a căror sumă este un număr întreg pozitiv.
Exemplu: Numărul 11 este un număr egiptean pentru că se poate scrie ca 2 + 3 + 6 iar 1/2 + 1/3 + 1/6 = 1, un număr întreg pozitiv.
Cele 13 numere ce nu sunt numere egiptene (secvenţa A028229 în OEIS): 2, 3, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 14, 15, 19, 21, 23.
Definiţie: Dacă în plus numitorii sunt distincţi, atunci numerele se numesc „numere strict egiptene” *(„strictly egyprian numbers”)*.
Exemplu: Numărul 4 este un număr egiptean dar nu este un număr strict egiptean pentru că, deşi se poate scrie ca 2 + 2 iar 1/2 + 1/2 = 1, un număr întreg pozitiv, numitorii nu sunt distincţi.

Cele 47 numere ce nu sunt numere strict egiptene (secvenţa A051882 în OEIS): 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 29, 33, 34, 35, 36, 39, 40, 41, 42, 44, 46, 47, 48, 49, 51, 56, 58, 63, 68, 70, 72, 77.
Comentariu: Matematicianul american Ronald Lewis Graham a demonstrat că orice număr mai mare sau egal cu 78 este strict egiptean.
Notă: Denumirea acestor numere provine de la „papirusul Rhind", manuscris egiptean descoperit de Henry Rhind în secolul XIX ce conţine o listă de reprezentări a numerelor ca sume de fracţii având numărătorul egal cu 1 (aceste sume se numesc „fracţii egiptene").

Numere EPRN
Notă: Denumirea reprezintă o abreviere a sintagmei *„Equal Product of Reversible Numbers"*; uneori aceste numere sunt denumite şi EPORNS.
Definiţie: Numere ce pot fi exprimate ca produsul dintre un număr şi reversul său în cel puţin două feluri distincte.
Exemple: 2520 = 120*021 = 210*012.
Primele 15 EPORNS (secvenţa A066531 în OEIS): 2520, 4030, 5740, 7360, 7650, 9760, 10080, 12070, 13000, 14580, 14620, 16120, 17290, 18550, 19440.
Comentariu: Aceste numere sunt definite de matematicianul indian Shyam Sunder Gupta.
Proprietăţi: Rădăcina cifrică a unui EPRN (rădăcina cifrică a unui număr este operaţia iterativă de adunare a cifrelor unui număr până se ajunge la o unică cifră; de exemplu rădăcina cifrică a lui 38 este 2 deoarece 3 + 8 = 11 iar 1 + 1 = 2) este întotdeauna 1, 4, 7 sau 9.
Referinţe:
(1) *EPORNS*, Shyam Sunder Gupta.

Numere Erdős-Woods
Definiţie: Numerele ce exprimă mărimea unei mulţimi de numere întregi consecutive cu proprietatea că fiecare element al mulţimii are cel puţin un factor în comun (nu este coprim) cu primul şi ultimul termen al mulţimii; „mărimea mulţimii" semnifică numărul tuturor termenilor mulţimii, incluzând-l pe primul şi pe ultimul, minus 1.
Primele 23 numere Erdős-Woods (secvenţa A059756 în OEIS): 16, 22, 34, 36, 46, 56, 64, 66, 70, 76, 78, 86, 88, 92, 94, 96, 100, 106, 112, 116, 118, 120, 124.
Comentariu: Aceste numere au fost sudiate pentru prima oară de matematicianul Paul Erdős. Matematicianul Alan. R. Woods a conjecturat că, oricare ar fi k > 1, intervalul [n, n + k] va cuprinde întotdeauna un număr coprim deopotrivă cu n şi n + k; acelaşi matematician a găsit şi primul contraexemplu, şi anume intervalul [2184, 2200], de lungime k = 16.
Proprietăţi: S-a demonstrat că mulţimea numerelor Erdős-Woods este infinită.
Referinţe:
(1) *From the computation of Erdős-Woods numbers to the quadratic Goldbach conjecture*, N. Lygeros.

Numere Euclid
(vezi şi Numere Euclid-Mullin)
Definiţie: Numerele naturale de forma $p_n\# + 1$, unde $p_n\#$ este produsul primelor n numere prime.
Primele 13 numere Euclid (secvenţa A006862 în OEIS): 2, 3, 7, 31, 211, 2311, 30031, 510511, 9699691, 223092871, 6469693231, 200560490131, 7420738134811.

Proprietăţi: Un număr Euclid nu poate fi niciodată pătrat perfect pentru că este întotdeauna congruent cu 3 mod 4.
Definiţie: Numerele Euclid ce sunt totodată şi prime se numesc prime Euclid.
Primele 7 prime Euclid (secvenţa A018239 în OEIS): 2, 3, 7, 31, 211, 2311, 200560490131.
Notă: Numerele naturale de forma $p_n\# \pm 1$ se mai numesc prime primoriale.
Comentariu: Nu se ştie dacă există sau nu o infinitate de prime Euclid.

Numere Euclid-Mullin
(vezi şi Numere Euclid)
Definiţie: Numerele naturale M_k obţinute prin următoarea relaţie de recurenţă: $M_1 = 2$ iar M_n este cel mai mic factor prim al sumei (P + 1), unde P este produsul tuturor termenilor anteriori lui M_n (cu alte cuvinte P este produsul de la k = 1 la k = n – 1 al numerelor M_k).
Exemplu: cel mai mic factor prim al sumei (2*3*7 + 1) = 43 este 43; al sumei (2*3*7*43 + 1) = 13*139 este 13 ş.a.m.d.
Primele 18 numere Euclid-Mullin (secvenţa A000945 în OEIS): 2, 3, 7, 43, 13, 53, 5, 6221671, 38709183810571, 139, 2801, 11, 17, 5471, 52662739, 23003, 30693651606209, 37.
Notă: Până în septembrie 2012 s-au calculat 51 de termeni ai acestei serii; găsirea următorului termen necesită calculul celui mai mic factor prim al unui număr cu cca 300 cifre.
Comentariu: Matematicianul Albert A. Mullin şi-a pus întrebarea (la care nu s-a dat încă un răspuns) dacă această serie infinită conţine toate numerele prime. Ceea ce s-a demonstrat însă (demonstraţia se bazează pe demonstraţia lui Euclid asupra faptului că există o infinitate de numere prime, de unde şi denumirea acestei clase de numere) este că niciun termen al seriei nu se repetă.
Notă: O altă serie cunoscută sub numele Euclid-Mullin este cea obţinută prin aceeaşi formulă dar luând cel mai mare factor prim în locul celui mai mic factor prim.
Primele 9 numere din cea de-a doua serie Euclid-Mullin (secvenţa A000945 în OEIS): 2, 3, 7, 43, 139, 50207, 340999, 2365347734339, 4680225641471129.
Comentariu: O serie înrudită cu seriile Euclid-Mullin este aşa numita serie Sylvester, denumită după matematicianul englez, din secolul XIX, James Joseph Sylvester, definită prin recurenţă astfel: fiecare termen este produsul celor anteriori plus 1.
Primele 8 numere din seria Sylvester (secvenţa A000058 în OEIS): 2, 3, 7, 43, 1807, 3263443, 10650056950807, 113423713055421844361000443.
Referinţe:
(1) *Euclid-Mullin sequence*, John Smith;
(2) *A prime occurs in the Euclid-Mullin sequence no more than once*, John Smith.

Numere excesive
(vezi Numere abundente)

Numere exponenţial perfecte
(vezi Numere perfecte; Numere multiperfecte)
Definiţie: Numere n cu proprietatea că σ_e (n) = 2*n, unde σ_e (n) este suma divizorilor exponenţiali ai lui n.
Notă: Abrevierea pentru un număr exponenţial perfect este *„e-perfect number”*.
Definiţie: Un număr d este divizor exponenţial al lui n dacă n = p_1^a_1* … .* p_n^a_n este divizibil cu d = p_1^b_1* … .* p_n^b_n şi în plus a_r este divizibil cu b_r pentru orice r natural,

1 ≤ r ≤ n. De exemplu, divizorii exponenţiali ai lui 36 sunt 6 = 2*3, 12 = 2^2*3, 18 = 2*3^2 şi 36 = 2^2*3^2.
Notă: Abrevierea pentru un divizor exponenţial este *„e-divisor of a number”*.
Primele 18 numere exponenţial perfecte (secvenţa A054979 în OEIS): 36, 180, 252, 396, 468, 612, 684, 828, 1044, 1116, 1260, 1332, 1476, 1548, 1692, 1800, 1908, 1980.
Proprietăţi: Nu există numere exponenţial perfecte impare.
Definiţie: Un număr exponenţial perfect este non-primitiv dacă este obţinut dintr-un alt număr exponenţial perfect (numit primitiv), prin multiplicarea acestuia cu un număr natural liber de pătrate şi relativ prim cu acesta – se observă cu uşurinţă că, pentru m liber de pătrate, $\sigma_e(m)$ = m iar m*n, unde n este exponenţial perfect şi coprim cu m, va fi de asemenea exponenţial perfect.
Primele 9 numere exponenţial perfecte primitive (secvenţa A054980 în OEIS): 36, 1800, 2700, 17424, 1306800, 4769856, 238492800, 357739200, 54531590400.
Notă: Al zecelea termen al seriei este un număr mai mare decât 10^15.
Definiţie: Un număr n se numeşte exponenţial multiperfect de ordin k *(„k e-multiperfect number”)* dacă σ_e (n) = k*n.

Numere extravagante
(vezi Numere risipitoare)

Numere extrem abundente
(vezi şi Numere abundente; Numere superabundente; Numere puternice; Numere factoriale)
Definiţie: Numere naturale cu proprietatea că suma divizorilor lor e mai mare decât suma divizorilor oricărui alt număr natural mai mic: n este extrem abundent dacă σ(m) < σ(n) pentru orice m < n.
Primele 26 numere extrem abundente (secvenţa A002093 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 18, 20, 24, 30, 36, 42, 48, 60, 72, 84, 90, 96, 108, 120, 144, 168, 180.
Comentariu: Aceste numere au fost studiate de matematicianul indian S.S. Pillai, matematicianul ungar Paul Erdos şi matematicianul canadian de origine greacă Leonidas Alaoglu; ultimii doi dintre aceştia au demonstrat că 7200 este cel mai mare număr extrem abundent care e totodată număr puternic şi de asemenea cel mai mare număr extrem abundent a cărui sumă a divizorilor este un număr impar; tot cei doi matematicieni au demonstrat că toate numerele superabundente sunt extrem abundente şi au conjecturat (fapt demonstrat ulterior) că există o infinitate de numere extrem abundente ce nu sunt superabundente.
Alte proprietăţi: Primele 8 numere factoriale (şi multe altele) sunt extrem abundente. În ciuda terminologiei, nu toate numerele extrem abundente sunt numere abundente!

Numere extrem compuse
(vezi şi Numere extrem totiente; Numere superabundente; Numere practice; Numere Harshad)
Definiţie: Numerele întregi pozitive cu mai mulţi divizori decât orice alt întreg mai mic.
Primele 22 numere extrem compuse (secvenţa A002182 în OEIS): 1, 2, 4, 6, 12, 24, 36, 48, 60, 120, 180, 240, 360, 720, 840, 1260, 1680, 2520, 5040, 7560, 10080, 15120.
Comentariu: Toate aceste numere mai mari decât 6 sunt abundente. Mulţimea numerelor extrem compuse are 449 de termeni comuni cu mulţimea numerelor superabundente, cel mai mare dintre acestea fiind un număr format din 154 de cifre (al 1023-lea număr superabundent şi totodată al 2567-lea număr extrem compus). Cele

două clase de numere au fost studiate de Srinivasa Ramanujan, Paul Erdős, Leonidas Alaoglu.
Proprietăţi: Singurul număr impar extrem compus este 1. Există o infinitate de numere extrem compuse. Toate numerele extrem compuse mai mari decât 1680 sunt divizibile cu 9. Toate numerele extrem compuse pot fi scrise ca produse de numere primoriale. Toate numerele extrem compuse sunt numere practice şi majoritatea sunt numere Harshad (cel mai mic astfel de număr ce nu este şi număr Harshad este 245044800).
Referinţe:

(1) On highly composite and similar numbers, L. Alaoglu şi P. Erdős;
(2) On highly composite numbers, P. Erdős.

Numere extrem compuse superioare
(vezi şi Numere extrem compuse; Numere colosal abundente)
Definiţie: Numere întregi pozitive n pentru care există k > 0 astfel încât d(n)/n^k ≥ d(m)/m^k pentru orice m > 0, unde d(m) şi d(n) reprezintă numărul divizorilor numerelor n şi m.
Notă: Numărul divizorilor lui n se mai notează tau(n).
Primele 33 valori ale funcţiei tau(n) (secvenţa A000005 în OEIS): 1, 2, 2, 3, 2, 4, 2, 4, 3, 4, 2, 6, 2, 4, 4, 5, 2, 6, 2, 6, 4, 4, 2, 8, 3, 4, 4, 6, 2, 8, 2, 6, 4.
Primele 16 numere extrem compuse superioare (secvenţa A002201 în OEIS): 2, 6, 12, 60, 120, 360, 2520, 5040, 55440, 720720, 1441440, 4324320, 21621600, 367567200, 6983776800, 13967553600.
Proprietăţi: Aceste numere reprezintă un subset infinit al mulţimii numerelor extrem compuse. Primii 15 termeni ai mulţimii numerelor extrem compuse superioare coincid cu cei ai mulţimii numerelor colosal abundente. Pentru un anumit k, d(n)/n^k are o valoare maximă (o limită). Folosind proprietatea (demonstrată de Ramanujan) că raportul dintre două numere extrem compuse superioare consecutive este un număr prim, s-a arătat că există o serie infinită de prime p_1, p_2, … (nu distincte) astfel încât al n-lea număr extrem compus superior să se poată scrie ca $p_1*p_2*…*p_n$. Primii 29 termeni ai acestei serii sunt: 2, 3, 2, 5, 2, 3, 7, 2, 11, 13, 2, 3, 5, 17, 19, 2, 23, 7, 29, 3, 31, 2, 37, 41, 43, 47, 5, 53, 59 *(secvenţa A000705 în OEIS)*.
Referinţe:

(1) Highly composite numbers, Achim Flammenkamp.

Numere extrem cototiente
(vezi şi Numere extrem totiente; Numere totative)
Definiţie: Numere întregi k ce au mai multe soluţii la ecuaţia x – φ(n) = k decât orice alt întreg mai mic, unde φ(n) este indicatorul lui Euler al lui n (funcţia totient).
Primele 27 valori ale funcţiei totient phi(n) (secvenţa A000010 în OEIS): 1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, 10, 4, 12, 6, 8, 8, 16, 6, 18, 8, 12, 10, 22, 8, 20, 12, 18.
Primele 21 numere extrem cototiente (secvenţa A100827 în OEIS): 2, 4, 8, 23, 35, 47, 59, 63, 83, 89, 113, 119, 167, 209, 269, 299, 329, 389, 419, 509, 629.
Proprietăţi: Toate numerele extrem cototiente mai mari decât 167 sunt congruente cu 9 modulo 10. Există o infinitate de soluţii la ecuaţia x – φ(n) = 1. Deoarece majoritatea soluţiilor ecuaţiei x – φ(n) = k sunt semiprime p*q, unde p + q = k + 1, multe dintre numerele egale cu un număr extrem cototient plus 1 (*e.g.* 48, 60, 84, 90, 168, 210, 300, 330, 390, 420, 510, 630 ş.a.m.d.) au proprietatea de a fi numerele pare ce pot fi scrise în mai multe moduri ca suma a două prime impare decît orice număr par mai mic *(secvenţa A082917 în OEIS)*.

Numere extrem totiente
(vezi şi Numere nontotiente; Numere perfect totiente; Numere slab totiente; Numere extrem compuse; Numere extrem cototiente)
Definiţie: Numere întregi k ce au mai multe soluţii la ecuaţia φ(n) = k decât orice alt întreg mai mic, unde φ(n) este indicatorul lui Euler al lui n (funcţia totient).
Primele 27 valori ale funcţiei totient phi(n) (secvenţa A000010 în OEIS): 1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, 10, 4, 12, 6, 8, 8, 16, 6, 18, 8, 12, 10, 22, 8, 20, 12, 18.
Primele 21 numere extrem totiente (secvenţa A097942 în OEIS): 1, 2, 4, 8, 12, 24, 48, 72, 144, 240, 432, 480, 576, 720, 1152, 1440, 2880, 4320, 5760, 8640, 11520.
Comentariu: Singurul număr impar extrem totient este 1. Există o infinitate de numere extrem totiente.

Numere factoriale
(vezi şi Numere multifactoriale; Numere subfactoriale; Numere triunghiulare; Numere Stirling)
Definiţie: Numerele întregi pozitive notate „n!" cu proprietatea că n! este egal cu produsul tuturor întregilor pozitivi ≤ n (n! = 1*2*3* … *n). Prin convenţie (sau justificat prin conceptul de *„empty product"*), 0! = 1.
Notă: Funcţia factorial defineşte în combinatorică numărul de permutări a elementelor unei mulţimi.
Primele 15 numere factoriale (secvenţa 000142 în OEIS): 1, 1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040, 40320, 362880, 3628800, 39916800, 479001600, 6227020800, 87178291200.
Comentariu: Funcţia factorial este cunoscută în India din secolul XII şi studiată în Europa la sfârşitul secolului XVIII de către matematicianul francez Christian Kramp; ea a mai fost studiată în aproximativ aceeaşi perioadă şi independent de cercetările matematicianului francez de matematicianul scoţian James Stirling şi francezul (matematician, chimist şi muzician) Alexandre Théophile Vandermonde.
Definiţie: Numerele prime de forma n! ± 1 se numesc prime factoriale.
Primele 22 prime de forma n! – 1 (secvenţa A002982 în OEIS): 3, 4, 6, 7, 12, 14, 30, 32, 33, 38, 94, 166, 324, 379, 469, 546, 974, 1963, 3507, 3610, 6917, 21480.
Primele 22 prime de$forma n! + 1 (secvenţa A002981 în OEIS): 0, 1, 2, 3, 11, 27, 37, 41, 73, 77, 116, 154, 320, 340, 399, 427, 872, 1477, 6380, 26951, 110059, 150209.
Notă: Dacă numărul n + 1 este prim, atunci n + 1 divide pe n! + 1, potrivit Teoremei lui Wilson.
Comentariu: Programele *PrimeGrid, Open PFGW* ş.a. conduc o căutare a primelor factoriale. Cel mai mare prim cunoscut de forma n! – 1 este 103040! – 1 (un număr cu peste 450000 cifre) iar cel mai mare prim cunoscut de forma n! + 1 este 150209! + 1 (un număr cu peste 700000 cifre).

Numere fericite
Definiţie: Numerele întregi pozitive cu proprietatea că, prin însumarea iterativă a pătratelor cifrelor lor, se ajunge în cele din urmă la numărul 1, se numesc numere fericite. Numerele ce nu au această proprietate se numesc numere nefericite.
Exemplu: Numărul 7 este un număr fericit pentru că 7^2 = 49, 4^2 + 9^2 = 97, 9^2 + 7^2 = 130, 1^2 + 3^2 + 0^2 = 10, 1^2 + 0^2 = 1.
Primele 23 numere fericite (secvenţa A007770 în OEIS): 1, 7, 10, 13, 19, 23, 28, 31, 32, 44, 49, 68, 70, 79, 82, 86, 91, 94, 97, 100, 103, 109, 129.
Numărul de iteraţii necesare primelor 25 numere fericite să ajungă la numărul 1 (secvenţa A090425 în OEIS): 1, 6, 2, 3, 5, 4, 4, 3, 4, 5, 5, 3, 6, 4, 4, 3, 5, 5, 4, 2, 3, 5, 4.

Comentariu: Supunând orice număr întreg acestei operaţii, în cele din urmă se va ajunge doar la unul dintre următoarele numere posibile: 0, 1, 4, 16, 20, 37, 42, 58, 89 sau 145.
Exemplu: Pornind de la numărul nefericit 17 obţinem 1^2 + 7^2 = 50, 5^2 + 0^2 = 25, 2^2 + 5^2 = 29, 2^2 + 9^2 = 85, 8^2 + 5^2 = 89, 8^2 + 9^2 = 145, 1^2 + 4^2 + 5^2 = 42, 4^2 + 2^2 = 20, 2^2 + 0^2 = 4, 4^2 = 16, 1^2 + 6^2 = 37, 3^2 + 7^2 = 58. Continuând operaţia se vede că „bucla" formată din valorile [89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58] se va repeta la nesfârşit.
Definiţie: Numerele fericite ce sunt totodată şi prime se numesc prime fericite.
Primele 23 numere prime fericite (secvenţa A035497 în OEIS): 7, 13, 19, 23, 31, 79, 97, 103, 109, 139, 167, 193, 239, 263, 293, 313, 331, 367, 379, 383, 397, 409, 487.
Proprietăţi: În mod evident, orice număr obţinut pe traiectoria unui număr fericit (nefericit) este un număr fericit (nefericit); de asemenea, prin orice permutare a cifrelor unui număr fericit (nefericit) se obţine un număr fericit (nefericit).
Referinţe:

(1) *Smarandache sequence of happy numbers*, Shyam Sunder Gupta;
(2) *On the density of happy numbers*, Justin Gilmer.

Numere Fermat

(vezi şi Numere Cunningham; Numere Proth; Prime lungi; Prime Pierpont)
Notă: Denumirea acestor numere se datorează avocatului şi matematicianului francez din secolul XVII Pierre de Fermat, binecunoscut datorită extrem de mult mediatizatei teoreme (cunoscută drept Marea sau Ultima Teoremă a lui Fermat), demonstrată abia la sfârşitul secolului XX, potrivit căreia nu există n mai mare decât 2 pentru care ecuaţia diofantică x^n + y^n = z^n să aibă soluţii (teoremă fără legătură cu numerele definite în continuare, deşi tripletele de întregi pozitivi [x, y, z] ce sunt soluţii ale ecuaţiei x^2 + y^2 = z^2, caz particular al teoremei arătate, numite îndeobşte triplete pitagoreice, sunt uneori numite şi triplete de numere Fermat).
Definiţie: Numerele F_n definite prin formula F_n = 2^(2^n) + 1, unde n este întreg nonnegativ.
Primele 7 numere Fermat (secvenţa A000215 în OEIS): 3, 5, 17, 257, 65537, 4294967297, 18446744073709551617.
Proprietăţi: Între doi termeni consecutivi ai seriei de numere Fermat există următoarea relaţie: F_n = (F_{n-1} – 1)^2 + 1, ce se poate demonstra prin inducţie; tot prin inducţie se poate demonstra Teorema lui Goldbach (a nu se confunda cu Conjectura lui Goldbach, nedemonstrată, ce stipulează că orice număr par se poate scrie ca suma a două numere prime), potrivit căreia nicio pereche de numere Fermat nu are niciun factor comun.
Definiţie: Un prim Fermat este un număr Fermat ce este totodată şi prim.
Proprietăţi: Un număr de forma 2^k + 1 poate fi prim doar dacă k este de forma 2^n, cu alte cuvinte dacă este un număr Fermat.
Comentariu: Fermat a conjecturat (fals) că orice număr de forma 2^(2^n) + 1 este prim; Euler a arătat că al 6-lea termen al seriei, F_5, este compus. Toate numerele Fermat cunoscute în afara primelor 5 sunt, de fapt, compuse; s-a conjecturat chiar că nu mai există niciun alt prim Fermat.
Cele 5 prime Fermat cunoscute (secvenţa A019434 în OEIS): 3, 5, 17, 257, 65537.
Comentariu: Există o interesantă relaţie între primele Fermat şi primele lungi. Numărul 2^(2^n) + 1 este prim dacă şi numai dacă lungimea perioadei numărului raţional 1/(2^(2^n + 1) este egală cu 2^(2^n).
Definiţie: Un număr Fermat generalizat este un număr de forma a^(2^n) + 1, unde a > 2.

Notă: Prin proiectul Prime Grid a fost descoperit, în august 2012, cel mai mare prim Fermat generalizat cunoscut şi anume 475856^524288 + 1, un megaprim cu aproape 3 milioane de cifre.

Referinţe:

(1) *Fermat numbers*, Cindy Tsang;
(2) *A brief introduction to Fermat numbers*, Leung Tat-Wing;
(3) *Factors of generalized Fermat numbers*, Anders Björn şi Hans Riesel;
(4) *A curious connection between Fermat numbers and finite groups*, Carrie E. Finch şi Lenny Jones.

Numere Fibonacci

(vezi şi Numere Lucas, Numere Markov, Numere Pell)

Definiţie: Numerele F_n definite prin relaţia de recurenţă $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, unde $F_0 = 0$ iar $F_1 = 1$. O altă formulă pentru calculul celui de-al n-lea număr Fibonacci, cunoscută drept formula lui Binet (după numele matematicianului francez din secolul XIX Jacques Binet) este: F_n = ((1 + 5^(1/2))^n – (1 – 5^(1/2))^n)/(2^n*5^(1/2)).

Notă: Denumirea numerelor i se datorează matematicianului italian născut în anul 1170 Leonardo Pisano Bigollo, cunoscut sub numele de Leonardo Fibonacci, unul dintre cei mai importanţi matematicieni europeni din evul mediu timpuriu, cunoscut pentru a fi popularizat în Europa (prin cartea sa *Liber Abaci*, unde a expus şi seria de numere Fibonacci, cunoscută deja de matematicienii indieni) sistemul de numeraţie arab.

Primele 22 numere Fibonacci (secvenţa A000045 în OEIS): 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946.

Notă: Raportul dintre doi termeni consecutivi ai seriei Fibonacci tinde, pe măsură ce termenii devin mai mari, spre valoarea binecunoscutului număr iraţional denumit *golden ratio* (secţiunea de aur sau numărul de aur), un număr-cult, despre care s-au scris cărţi întregi şi căruia i s-au atribuit nenumărate proprietăţi.

Comentariu: Numerele Fibonacci au dat naştere mai multor generalizări precum numerele Tribonacci, definite prin relaţia de recurenţă $T_n = T_{n-1} + T_{n-2} + T_{n-3}$ *(secvenţele A000073, A000213, A001590, A081172 în OEIS)*, numerele Tetranacci, definite prin relaţia de recurenţă $T_n = T_{n-1} + T_{n-2} + T_{n-3} + T_{n-4}$ *(secvenţele A000078, A000288, A001630, A073817 în OEIS)*, numerele Pentanacci, Hexanacci, Heptanacci ş.a.m.d. De asemenea numerele Fibonacci pot fi privite ca un caz particular al seriei de polinoame Fibonacci, definite prin relaţia de recurenţă $F_n(x) = x*F_{n-1}(x) + F_{n-2}(x)$, unde $F_0(x) = 1$ iar $F_1(x) = x$. Astfel, $F_2(x)$ = x^2 + 1, $F_3(x)$ = x^3 + 2*x, $F_4(x)$ = x^4 + 3*x^2 + 1 ş.a.m.d.

Definiţie: Un număr Fibonacci ce este totodată şi prim se numeşte prim Fibonacci.

Primele 12 prime Fibonacci (secvenţa A005478 în OEIS): 2, 3, 5, 13, 89, 233, 1597, 28657, 514229, 433494437, 2971215073, 99194853094755497.

Proprietăţi: Nu se ştie dacă există o infinitate de prime Fibonacci. S-a demonstrat că singurele prime Fibonacci ce fac parte dintr-o pereche de prime gemene sunt 3, 5 şi 13. Cel mai mare prim Fibonacci cunoscut este un număr cu circa 17000 de cifre. Există o infinitate de numere Markov de forma [1, F_{2*n-1}, F_{2*n+1}], unde F_n este al n-lea număr Fibonacci (numerele Markov sunt numerele întregi pozitive x, y sau z ce sunt soluţii ale ecuaţiei diofantice x^2 + y^2 + z^2 = 3*x*y*z).

Referinţe:

(1) *The Fibonacci sequence, spirals and the Golden mean*, Dan Reich;
(2) *Congruences for Fibonacci numbers*, Zhi-Hong Sun;
(3) *Fibonacci numbers, Golden section and applications*, Erdoğan Şen.

Numere fibonoriale
(vezi şi Numere factoriale; Numere Fibonacci)
Definiţie: Se numeşte fibonorial, sau Fibonacci factorial, numărul $n!_F$ definit ca produsul primelor n numere Fibonacci diferite de 0.
Primele 13 fibonoriale (secvenţa A003266 în OEIS): 1, 1, 2, 6, 30, 240, 3120, 65520, 2227680, 122522400, 10904493600, 1570247078400, 365867569267200.
Notă: Clasa acestor numere este definită şi denumită în mod analog numerelor factoriale, primoriale, compozitoriale.
Definiţie: Se numesc prime „aproximativ fibonoriale” *(„almost-fibonorial primes”)* numerele prime de forma $n!_F - 1$ *(secvenţa A059709 în OEIS)*.
Definiţie: Se numesc prime „quasi-fibonoriale” *(„quasi-fibonorial primes”)* numerele prime de forma $n!_F + 1$ *(secvenţa A053408 în OEIS)*.

Numere figurative
(vezi şi Numere platoniciene; Numere poligonale)
Definiţie: Numere ce se construiesc pe baza dispunerii regulate în plan sau în spaţiu a unor puncte situate la distanţe egale, astfel încât să se obţină o figură geometrică regulată (în plan un triunghi echilateral, un pătrat, un pentagon regulat ş.a.m.d., în spaţiu un tetraedru, cub ş.a.m.d.).
Referinţe:
(1) *Figurate numbers*, George Jelliss;
(2) *Figurate numbers*, Elena Deza şi Michel Deza.

Numere Fortunate
(vezi şi Numere primoriale)
Notă: Denumirea acestei clase de numere provine de la antropologul şi matematicianul amator din Noua Zeelandă Reo Franklin Fortune iar nu de la cuvântul englez „fortunate” (însemnând „norocos”).
Definiţie: Fiind dat un număr întreg n, numărul m se numeşte număr Fortunate dacă are proprietatea că este cel mai mic număr întreg, m > 1, astfel încât numărul $p_n\# + m$ să fie prim, unde $p_n\#$ este al n-lea număr primorial (produsul primelor n numere prime).
Notă: Formula este valabilă când nu se consideră 1, prin convenţie, primul număr primorial, iar seria numerelor primoriale începe cu numărul 2.
Primele 13 numere primoriale (secvenţa A002110 în OEIS): 1, 2, 6, 30, 210, 2310, 30030, 510510, 9699690, 223092870, 6469693230, 200560490130, 7420738134810.
Primele 27 numere Fortunate (secvenţa A005235 în OEIS): 3, 5, 7, 13, 23, 17, 19, 23, 37, 61, 67, 61, 71, 47, 107, 59, 61, 109, 89, 103, 79, 151, 197, 101, 103, 233, 223.
Exemple: 2 + 2 = 4 (compus); 2 + 3 = 5 (prim), deci 3 este primul număr Fortunate; 6 + 2 = 8 (compus); 6 + 3 = 9 (compus); 6 + 4 = 10 (compus); 6 + 5 = 11 (prim), deci 5 este al doilea număr Fortunate ş.a.m.d.
Comentariu: R.F. Fortune a conjecturat că toate numerele Fortunate sunt prime.
Referinţe:
(1) *Fortune's Conjecture*, Cyril Banderier.

Numere Franel
Definiţie: Numerele F_n exprimate cu ajutorul coeficienţilor binomiali ca suma de la k = 0 la k = n a produselor C(n, k)^3.
Primele 11 numere Franel (secvenţa A000172 în OEIS): 1, 2, 10, 56, 346, 2252, 15184, 104960, 739162, 5280932, 38165260, 278415920, 2046924400, 15148345760.
Notă: Denumirea acestor numere se datorează matematicianului elveţian Jérôme Franel.

Referinţe:

(2) *Congruences for Franel numbers*, Zhi-Wei Sun;
(3) *Proof of two conjectures of Sun on congruences for Franel numbers*, Victor J.W. Guo.

Numere Friedman

Definiţie: Numerele întregi ce se pot exprima folosind doar cifrele lor şi una dintre următoarele operaţii aritmetice de bază: adunarea, înmulţirea, scăderea, împărţirea, ridicarea la putere şi concatenarea.

Exemple: Numerele 347 şi 1024 sunt numere Friedman pentru că pot fi scrise ca 347 = 7^3 + 4 respectiv 1024 = (4 – 2)^10.

Primele 16 numere Friedman (secvenţa A036057 în OEIS): 25, 121, 125, 126, 127, 128, 153, 216, 289, 343, 347, 625, 688, 736, 1022, 1024.

Definiţie: Numărul Friedman pentru care cifrele se pot scrie în expresie în aceeaşi ordine ca în numărul însuşi (de exemplu 127 = -1 + 2^7) se numeşte „număr Friedman ordonat" *(„orderly Friedman number")*.

Primele 16 numere Friedman ordonate (secvenţa A080035 în OEIS): 127, 343, 736, 1285, 2187, 2502, 2592, 2737, 3125, 3685, 3864, 3972, 4096, 6455, 11264, 11664.

Notă: Denumirea acestor numere se datorează matematicianului american Erich Friedman.

Numere frugale

(vezi Numere risipitoare)

Numere Giuga

(vezi şi Numere Carmichael; Pseudoprime Fermat)

Definiţie: Un număr Giuga este numărul compus n cu proprietatea că orice factor prim al său p divide numărul n/p – 1, sau, echivalent exprimat, p^2 divide numărul n – p.

Primele 8 numere Giuga (secvenţa A007850 în OEIS): 30, 858, 1722, 66198, 2214408306, 24423128562, 432749205173838, 14737133470010574.

Proprietăţi: Doar un număr liber de pătrate poate fi un număr Giuga; de asemenea, un număr Giuga trebuie să aibă minimum trei factori primi.

Comentariu: Nu se ştie dacă există o infinitate de numere Giuga. Toate numerele Giuga cunoscute sunt pare; dacă există unul impar, s-a arătat că trebuie să aibă minimum 14 factori primi.

Notă: Aceste numere sunt denumite după matematicianul italian Giuseppe Giuga.

Conjectura Agoh-Giuga (denumită după Giuga, cel ce a formulat-o cel dintâi în 1950 şi după Takashi Agoh, ce a dat ulterior o formulare echivalentă): Numărul p este prim dacă şi numai dacă numărul 1^(p – 1) + 2^(p – 1) +…+ (p – 1)^(p – 1) ≡ -1(mod p). Faptul că orice număr prim satisface conjectura rezultă din Mica Teoremă a lui Fermat, ce statuează că n^(p – 1) ≡ 1(mod p) pentru orice n, unde 1 ≤ n ≤ p – 1; reciproca însă, şi anume că nu există niciun număr compus care să satisfacă această conjectură, nu s-a demonstrat încă. S-a arătat totuşi că, dacă un asemenea număr compus există, acesta trebuie să fie deopotrivă un număr Carmichael şi un număr Giuga şi trebuie să aibă mai mult de 13800 de cifre.

Referinţe:

(1) *On Giuga numbers*, Florian Luca *et al.*;
(2) *Giuga numbers and the arithmetic derivative*, José María Grau şi Antonio M. Oller-Marcén.

Numere Göbel
(vezi şi Numere Somos)
Definiţie: Numerele definite prin relaţia de recurenţă G(n) = (1 + G(n)^2 + G(1)^2 +…+ G(n-1)^2)/n, iar G(0) = 1.
Primele 12 numere Göbel (secvenţa A003504 în OEIS): 1, 1, 2, 3, 5, 10, 28, 154, 3520, 1551880, 267593772160, 7160642690122633501504.
Comentariu: Această serie surprinde prin faptul că primii săi 44 de termeni – de la G(0) la G(43) – sunt numere întregi; dar, de la temenul G(44) încolo, niciun termen al său nu mai e întreg.
Notă: Această serie poate fi generalizată.
Definiţie: Numim numere Göbel-k numerele definite prin relaţia de recurenţă G(n) = (1 + G(n)^k + G(1)^k +…+ G(n-1)^k)/n, iar G(0) = 1.
Primele 7 numere Göbel-3 (secvenţa A005166 în OEIS): 1, 2, 5, 45, 22815, 2375152056927, 22331762713424034753451485135273591O3.
Referinţe:
(1) *Some sequences of large integers*, Henry Ibstedt.

Numere Hamming
(vezi Numere regulate)

Numere Hardy-Ramanujan
(vezi şi Pseudoprime Euler; Pseudoprime Fermat)
Definiţie: Cele mai mici numere ce pot fi scrise ca suma a două cuburi în n feluri diferite.
Exemple: 2 este cel mai mic număr ce poate fi scris ca suma a două cuburi: 2 = 1^3 + 1^3; 1729 este cel mai mic număr ce poate fi scris ca suma a două cuburi în două feluri distincte: 1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3; 87539319 este cel mai mic număr ce poate fi scris ca suma a două cuburi în trei feluri distincte: 87539319 = 167^3 + 436^3 = 228^3 + 423^3 = 255^3 + 414^3.
Cele 5 numere Hardy-Ramanujan cunoscute (secvenţa A011541 în OEIS): 2, 1729, 87539319, 6963472309248, 48988659276962496.
Notă: Aceste numere mai sunt cunoscute sub denumirea *„taxi-cab numbers”*.
Comentariu: Istoricul denumirii acestor numere este următorul: matematicianul indian Srinivasa Ramanujan (căruia îi aparţin numeroase descoperiri în teoria numerelor, considerat, pe drept cuvânt, un geniu) i-a replicat într-o conversaţie matematicianului englez G.H. Hardy, care tocmai remarcase că numărul unui taxi (în care călătorise sau pe lângă care treceau, variantele acestei ultramediatizate istorii diferă) i se pare un număr „neinteresant” – *i.e.* 1729, că, dimpotrivă, acesta este un număr ce are o proprietate deosebită: este cel mai mic număr ce se poate scrie în două feluri ca suma a două cuburi. Primul care a descoperit această proprietate a numărului 1729 este însă matematicianul francez (contemporan cu Fermat, din secolul XVII) Bernard Frénicle de Bessy. Matematicienii G.H. Hardy şi E.M. Wright au demonstrat că pentru orice n mai mare sau egal cu 1 există un număr Hardy-Ramanujan, însă descoperirea acestora este foarte dificilă; al 6-lea astfel de număr ar putea fi (nu se ştie cu siguranţă) numărul 24153319581254312065344. Şi mai dificilă devine problema dacă o extrapolăm la numere ridicate la puteri mai mari decât trei; astfel, se cunoaşte un număr ce poate fi scris în două feluri ca suma a două numere ridicate la puterea a patra (635318657 = 59^4 + 158^4 = 133^4 + 134^4), dar nici unul care să poată fi scris în trei feluri astfel; de asemenea nu se ştie niciun număr care să poată fi scris în două feluri ca suma a două numere ridicate la puterea a cincea.

Notă: Numărul 1729 este denumit îndeobşte „numărul Hardy-Ramanujan"; acesta este un număr excepţional, cu multe proprietăţi deosebite: este primul număr din seria Chernick, este cel mai mic pseudoprim absolut Euler, este cel mai mic pseudoprim absolut Fermat nedivizibil cu 3 sau cu 5, este egal cu media aritmetică a singurelor 3 numere cunoscute de forma k! + 1 ce sunt totodată pătrate de prime: 1729 = (25 + 121 + 5041)/3, este, de asemenea, şi număr Harshad (1729 divizibil cu 1 + 7 + 2 + 9 = 19) ş.a.
Comentariu: Un aşa numit număr Hardy-Ramanujan generalizat (sau *„generalised taxi-cab number"*) este numărul T(k, m, n) cu proprietatea că este cel mai mic număr ce se poate scrie ca suma a m puteri de ordinul k în n feluri diferite. De exemplu, T(4, 2, 2) = 635318657 = 59^4 + 158^4 = 133^4 + 134^4.
Notă: Matematicianul Shyam Sunder Gupta vorbeşte despre aşa-numitele *„cab numbers"*, clasă de numere ce nu are nimic în comun (în afară de denumire) cu numerele definite mai sus. Acestea ar fi numerele ce se pot scrie ca produsul a două numere conţinând împreună aceleaşi cifre ca numerele date (de exemplu, 126 şi 153 ar fi astfel de numere pentru că 126 = 6*21 iar 153 = 3*51).
Referinţe:

(1) *On hunting for taxicab numbers*, Pavel Emelyanov.
(2) *Cab numbers*, Shyam Sunder Gupta.

Numere Harshad
(vezi şi Numere extrem compuse; Numere superabundente)
Definiţie: Un număr Harshad (numit uneori şi număr Niven) este numărul întreg pozitiv cu proprietatea că este divizibil cu suma cifrelor sale.
Exemplu: 1729 este un astfel de număr pentru că este divizibil cu 19 iar 1 + 7 + 2 + 9 = 19.
Primele 28 numere Harshad (secvenţa A005349 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 18, 20, 21, 24, 27, 30, 36, 40, 42, 45, 48, 50, 54, 60, 63, 70, 72.
Comentariu: Helen G. Grundman a demonstrat în 1994 că nu pot exista mai mult de 20 de numere Harshad consecutive şi a descoperit prima secvenţă de 20 de numere Harshad consecutive, fiecare dintre acestea având 44363342786 cifre.
Proprietăţi: Toate numerele factoriale până la numărul 431! inclusiv sunt numere Harshad.
Definiţie: Un număr Harshad multiplu *(„multiple Harshad number")* sau MHN este numărul ce produce, prin împărţirea la suma cifrelor sale, tot un număr Harshad; astfel, de exemplu, numărul 6804 este un MHN-3 deoarece 6804/18 = 378; 378/18 = 21 iar 21/3 = 7; de asemenea, numărul 1008*10^n este pentru orice n un MHN-k, unde k = n + 2.
Notă: Denumirea de numere Harshad i se datorează matematicianului indian D.R. Kaprekar (în sanscrită însemnând „a aduce bucurie"), iar numere Niven au fost numite în 1997 după matematicianul canadian Ivan M. Niven.
Referinţe:

(1) *Large and small gaps between consecutive Niven numbers*, Jean-Marie de Koninck şi Nicolas Doyon.
(2) *Minimal Niven numbers*, H. Fredricksen *et al.*

Numere hemiperfecte
(vezi şi Numere Ore; Numere multiperfecte; Numere perfecte)
Definiţie: Numerele întregi pozitive n cu proprietatea că σ(n)/n = k/2, unde k întreg impar.

Notă: Numărul σ(n)/n, unde σ(n) este suma divizorilor lui n, se mai numeşte indicatorul de abundenţă al lui n *(„abundancy index")* iar n se mai numeşte număr k-hemiperfect.
Primele 4 numere 7-hemiperfecte (secvenţa A055153 în OEIS): 4320, 4680, 26208, 20427264.
Primele 4 numere 9-hemiperfecte (secvenţa A141645 în OEIS): 8910720, 17428320, 8583644160, 57629644800.
Primele 4 numere 11-hemiperfecte (secvenţa A159271 în OEIS): 17116004505600, 75462255348480000, 6219051710415667200, 14031414189615513600.
Primele 3 numere 5-hemiperfecte (secvenţa A141643 în OEIS): 24, 91963648, 10200236032.
Notă: Nu mai există alte numere 5-hemiperfecte până la 2^34.

Numere Hilbert
(vezi şi Numere prime)
Definiţie: Numerele întregi pozitive n de forma n = 4*k + 1.
Notă: Denumirea provine de la matematicianul german David Hilbert.
Proprietăţi: Fermat a arătat că toate numerele prime de forma 4*k + 1 se pot scrie ca suma a două pătrate (niciun număr prim de forma 4*k + 3 nu se poate scrie astfel).
Definiţie: Un număr prim Hilbert este un număr Hilbert ce nu este divizibil cu un alt număr Hilbert mai mic.
Notă: Un număr prim Hilbert nu este în mod necesar un număr prim.
Primele 23 numere prime Hilbert: 5, 9, 13, 17, 21, 29, 33, 37, 41, 49, 53, 57, 61, 69, 73, 77, 89, 93, 97, 101, 109, 113, 121.

Numere hiperperfecte
(vezi şi Numere perfecte)
Notă: Această clasă este una dintre generalizările clasei numerelor perfecte.
Definiţie: Numărul întreg pozitiv n este k-hiperperfect, unde k întreg, dacă n = k*(σ(n) – n – 1) + 1.
Notă: Pentru k = 1 se obţine n = σ(n) – n – 1 + 1, deci σ(n) = 2*n. Clasa numerelor 1-hiperperfecte este deci echivalentă cu clasa numerelor perfecte.
Cele mai mici numere k-hiperperfecte, pentru k = 1, 2, 3, 4, 6, 10, 11, 12 (secvenţa A007594 în OEIS): 6, 21, 325, 1950625, 301, 159841, 10693, 697.
Notă: Pentru k = 5, 7, 8, 9 ş.a.m.d., dacă există numere k-hiperperfecte, acestea ar trebui să fie mai mari decât 10^11.
Comentariu: Pentru k impar, p = (3*k + 1)/2 prim şi q = 3*k + 4 prim, s-a demonstrat că numărul p^2*q este k-hiperperfect. Matematicianul Judson S. McCranie a conjecturat că toate numerele k-hiperperfecte, pentru k impar, sunt de această formă. De asemenea s-a demonstrat că, pentru p şi q prime diferite de 2, dacă k*(p + q) = p*q – 1, atunci p*q este k-hiperperfect. Matematicianul Daniel Minoli a introdus recent conceptul de k-hiperdeficienţă; aceasta, pentru un întreg pozitiv n, este egală cu n*(k + 1) + (k – 1) – k*σ(n). Tot Minoli a arătat că un număr este k-hiperperfect dacă şi numai dacă k-hiperdeficienţa sa este egală cu 0.
Referinţe:
(1) *A study of hyperperfect numbers*, Judson S. McCranie;
(2) *Issues in nonlinear hyperperfect numbers*, Daniel Minoli.

Numere Hofstadter
Notă: Denumire generică pentru o familie de serii definite prin relaţii de recurenţă non-lineare (serii denumite uneori serii recurente meta-Fibonacci). Denumirea de „numere

Hofstadter" este, în acest caz, puţin improprie, unele serii Hofstadter conţinând, de fapt, toate numerele întregi pozitive.
Exemplu 1: O astfel de serie este cea definită astfel: $R_1 = 1$, $S_1 = 2$, $R_n = R_{n-1} + S_{n-1}$.
Primii 23 termeni R ai seriei (secvenţa A005228 în OEIS): 1, 3, 7, 12, 18, 26, 35, 45, 56, 69, 83, 98, 114, 131, 150, 170, 191, 213, 236, 260, 285, 312, 340.
Primii 23 termeni S ai seriei (secvenţa A030124 în OEIS): 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 27, 28, 29.
Proprietăţi: Termenii seriei (termenii R împreună cu termenii S) sunt exact termenii mulţimii numerelor întregi pozitive.
Exemplu 2 (aşa numita „Hofstadter Q-sequence"): Seria definită astfel: H(1) = H(2) = 1 iar H(n) = H(n – H(n – 1)) + H(n – H(n – 2)) pentru n > 2.
Primii 31 termeni ai seriei (secvenţa A005185 în OEIS): 1, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 8, 8, 8, 10, 9, 10, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 16, 14, 14, 16, 16, 16, 16, 20.
Proprietăţi: Nu se cunoaşte dacă această secvenţă este infinită sau există un număr întreg n de la care definiţia sa nu mai are sens.
Exemplu 3 (o generalizare a seriei Q a lui Hofstadter): Seria definită astfel: H(1) =…= H(4) = 1 iar H(n) = H(n – H(n – 1)) + H(n – H(n – 4)) pentru n > 4.
Primii 31 termeni ai seriei (secvenţa A063882 în OEIS): 1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 11, 11, 11, 12, 12, 13, 14, 14, 15, 15, 16, 17, 17, 17.
Proprietăţi: Această serie, spre deosebire de seria Q, s-a demonstrat că este infinită şi că termenii săi cresc cu raţia 0 sau cu raţia 1, deci seria conţine toate numerele întregi pozitive.
Comentariu: Denumirea acestor serii provine de la Douglas Hofstadter, autor de non-ficţiune şi om de ştiinţă american.
Referinţe:

(1) *On the behaviour of a variant of Hofstadter's Q-sequence*, B. Balamohan *et al.*;
(2) *A variant of Hofstadter's sequence and finite automata*, Jean-Paul Allouche şi Jeffrey Shallit;

Numere idempotente
(vezi şi Numere Bell; Numere Lah)
Definiţie: Numerele naturale m date de relaţia m = C(n, k)*k^(n – k), unde n ≥ k, se numesc numere k-idempotente.
Exemplu: m = 1 = n!/((n – k)!*k!)*k^(n – k), unde n = 5, k = 5, este primul număr 5-idempotent; m = 30 = n!/((n – k)!*k!)*k^(n – k), unde n = 6, k = 5, este al doilea ş.a.m.d.
Comentariu: Numerele 1-idempotente sunt chiar mulţimea numerelor naturale 1, 2, 3, …; numerele 2-idempotente sunt 1, 6, 24, 80, … (*secvenţa A001788 în OEIS*); cele 3-idempotente sunt 1, 12, 90, 540, … (*secvenţa A036216 în OEIS*); cele 4-idempotente sunt 1, 20, 240, 2240, … (*secvenţa A040075 în OEIS*); cele 5-idempotente sunt 1, 30, 525, 7000, … (*secvenţa A050982 în OEIS*) ş.a.m.d.
Notă: Numerele k-idempotente au importanţă în combinatorică.

Numere impare
(vezi şi Numere pare; Numere perfecte; Numere prime)
Definiţie: Numerele întregi n de forma n = 2*k + 1, unde k întreg, cu alte cuvinte numerele întregi ce nu sunt divizibile cu 2.
Torema numerelor impare: Suma primelor n numere impare este un pătrat (1 + 3 = 2^2, 1 + 3 + 5 = 3^2 ş.a.m.d.).

Torema lui Nicomachus: Cel de-al n-lea număr cubic este egal cu suma a n numere impare consecutive (1^3 = 1, 2^3 = 3 + 5, 3^3 = 7 + 9 + 11 ş.a.m.d.).
Teorema lui Fermat de Crăciun: Toate numerele prime de forma 4*k + 1 se pot scrie ca suma a două pătrate (niciun număr prim de forma 4*k + 3 nu se poate scrie astfel).
Teorema lui Vinogradov: Orice număr impar suficient de mare se poate scrie ca suma a trei numere prime (s-a arătat că numărul e suficient să fie mai mare decât 10^43000).
Proprietăţi: Toate numerele prime sunt impare, cu excepţia numărului 2. Toate numerele perfecte cunoscute până acum sunt pare; nu se cunoaşte dacă există sau nu un număr perfect impar.

Numere intangibile
(vezi şi Numere perfecte)
Definiţie: Un număr intangibil este numărul întreg pozitiv m ce nu poate fi exprimat ca suma divizorilor alicoţi ai unui întreg pozitiv n (n poate fi diferit sau chiar egal cu m); divizorii pozitivi ai lui n fără n însuşi se numesc divizori alicoţi iar suma acestora se mai numeşte sumă alicotă a lui n *(secvenţa A001065 în OEIS)*.
Exemplu: Numărul 4 nu este un număr intangibil pentru că este egal cu suma divizorilor alicoţi ai numărului 9, şi anume 1 şi 3.
Primele 21 numere intangibile (secvenţa A005114 în OEIS): 2, 5, 52, 88, 96, 120, 124, 146, 162, 188, 206, 210, 216, 238, 246, 248, 262, 268, 276, 288, 290.
Proprietăţi: Este conjecturat, deci nedovedit deocamdată, că numărul 5 este singurul număr impar intangibil; numerele perfecte nu pot fi prin definiţie intangibile, fiind egale cu suma propriilor divizori alicoţi. Matematicianul Paul Erdős a demonstrat că există o infinitate de numere intangibile.
Referinţe:
(1) *On untouchable numbers and related problems*, Carl Pomerance şi Hee-Sung Yang.

Numere interesante
Comentariu: Această sintagmă a fost răspândită odată cu „paradoxul numerelor interesante”, menit să ia în derâdere clasificarea numerelor naturale în „interesante” şi „neinteresante”, care este următorul: dacă există un set de numere neinteresante, atunci în acest set va exista „cel mai mic număr neinteresant”; or, această proprietate este de ajuns pentru a face acest număr interesant. Prin urmare, toate numerele naturale sunt interesante.

Numere înlănţuite aditiv
(vezi şi Numere înlănţuite Brauer)
Definiţie: Seria finită de numere n_k („lanţul aditiv de numere” de lungime r), unde1 = n_0 < n_1 <…< n_r = m, cu proprietatea că orice termen al seriei n_k este egal cu suma a doi termeni anteriori, n_i şi n_j (nu în mod necesar diferiţi ca valoare); primul termen al seriei, n_0 = 1, nu se ia în considerare la măsurarea lungimii seriei. Această serie se mai numeşte lanţ aditiv pentru calcularea lui m.
Notă: Aceste numere au aplicaţii în informatică.
Comentariu: Lungimea minimă a unui lanţ aditiv necesar pentru calcularea lui m se notează L(m). Conjectura lui Scholz, denumită după matematicianul german Arnold Scholz şi nedemonstrată din 1937, statuează că L(2^m – 1) ≤ m – 1 + L(m); conjectura a fost demonstrată pentru cazuri particulare şi verificată cu ajutorul computerului până la valoarea m = 64.
Referinţe:

(1) Shortest addition chains, Achim Flammenkamp.

Numere înlănţuite Brauer

(vezi şi Numere înlănţuite aditiv)

Definiţie: Lanţul aditiv de numere n_k de lungime r, unde$1 = n_0 < n_1 <\ldots< n_r = m$, cu proprietatea că fiecare termen al seriei n_k este egal cu suma dintre n_{k-1} şi n_i, unde n_i este un termen anterior lui n_{k-1}.

Comentariu: Matematicianul american de origine germană Alfred Brauer a demonstrat conjectura lui Scholz pentru aceste numere, ce sunt un subset al clasei de numere înlănţuite aditiv. S-a demonstrat de asemenea că există o infinitate de numere non-Brauer.

Referinţe:

(1) The Scholz-Brauer problem on addition chains, Edward G. Thurber.

Numere întregi

(vezi şi Numere întregi negative; Numere întregi pozitive)

Definiţie: Clasa numerelor întregi cuprinde clasa numerelor întregi pozitive {1, 2, 3,…}, clasa numerelor întregi negative {-1, -2, -3,…} şi numărul 0.

Notă: În ultimul timp se evită în definiţii folosirea sintagmei „numere naturale”, preferându-se următoarele clasificări: numere întregi pozitive {1, 2, 3,…}, numere întregi negative {-1, -2, -3,…}, numere întregi nonnegative {0, 1, 2, 3,…}, numere întregi nonpozitive {0, -1, -2, -3,…}. Calitatea de număr natural a lui 0 este controversată. Unii matematicieni consideră mulţimea numerelor naturale ca fiind {0, 1, 2, 3,…}, alţii ca fiind {1, 2, 3,…}; tocmai din acest motiv se recurge la această clasificare.

Comentariu: Lăsând deoparte controversa privind calitatea de număr natural a lui 0, nimeni nu contestă însă calitatea sa de număr întreg. Despre numărul 0 s-au scris multe articole şi chiar cărţi întregi. În general se acceptă că a apărut ca simbol în sistemele de numeraţie poziţionale încă din antichitate (înainte de Hristos) şi ca număr „cu drepturi depline” în primul mileniu d.Hr., în India, de unde a fost preluat ulterior în occident (unele surse spun că, independent, şi unele populaţii precolumbiene din America centrală îl recunoşteau pe 0 ca număr).

Teoreme consacrate privind numerele întregi:

(1) *Teorema lui Euler*: Dacă a şi n sunt întregi pozitivi coprimi, atunci $a^{\wedge}(\varphi(n)) \equiv 1(\text{mod } n)$, unde $\varphi(n)$ este indicatorul lui Euler (funcţia totient).

(2) *Teorema lui Carmichael*: Dacă $\lambda(n)$ (funcţia Carmichael) reprezintă cel mai mic întreg pozitiv m pentru care relaţia $a^{\wedge}m \equiv 1(\text{mod } n)$ este adevărată pentru orice întreg a coprim cu n, atunci: pentru puterea unui prim impar, pentru dublul puterii unui prim impar, pentru numerele 2 şi 4, $\lambda(n) = \varphi(n)$; pentru puterile lui 2 mai mari decât 4, $\lambda(n) = \varphi(n)/2$.

Conjecturi consacrate privind numerele întregi:

(1) Conjectura lui Goldbach: Orice număr par mai mare decât 2 se poate scrie ca suma a două numere prime.

(2) *Conjectura lui Lemoine*: Orice întreg impar mai mare decât 5 poate fi scris ca suma dintre un număr prim impar şi un număr semiprim par.

(3) *Conjectura lui de Polignac*: Orice întreg par se poate scrie ca diferenţa dintre două prime succesive într-un infinit de feluri.

Referinţe:

(1) The book of numbers, John H. Conway şi Richard K. Guy;

(2) How was zero discovered?, Nils-Bertil Wallin.

Numere întregi negative
(vezi şi Numere întregi; Numere întregi pozitive)
Definiţie: Clasa numerelor întregi negative cuprinde numerele {-1, -2, -3, -4, -5…}.
Comentariu: Despre numerele întregi negative majoritatea surselor afirmă că acestea ar fi fost pomenite în scrieri chinezeşti datând cu două secole înainte de Hristos, la fel cum majoritatea e de acord că matematicianul indian Brahmagupta ar fi fost cel care a stabilit, în secolul VII d.Hr., reguli de operare cu numerele negative şi cu numărul 0 care, cu câteva excepţii, sunt valabile şi astăzi.
Referinţe:
(1) *The history of negative numbers*, Leo Rogers;
(2) *Negative numbers*, Jill Howard.

Numere întregi pozitive
(vezi şi Numere întregi; Numere întregi negative)
Definiţie: Clasa numerelor întregi pozitive cuprinde numerele {1, 2, 3, 4, 5…}.
Comentariu: Numerele întregi pozitive sunt cele considerate în mod tradiţional ca fiind cele apărute istoric din necesitatea de „a număra”. În mod independent unii de alţii, filozofi şi matematicieni din diverse părţi ale lumii antice au început să privească numerele ca pe ceva mai mult decât nişte simple unelte „de numărat”, să le considere entităţi proprii, să le cerceteze proprietăţile precum primalitatea, divizibilitatea ş.a.m.d., adică relaţiile dintre numere ce fac acum obiectul ramurii matematice denumită „Teoria numerelor”. În timp, abstractizarea numerelor a cunoscut o evoluţie continuă, clasei numerelor întregi pozitive i s-a adăugat clasa numerelor întregi negative şi numărul 0 pentru a forma clasa numerelor întregi iar acesteia din urmă multe alte clase de numere, din ce în ce mai abstracte.
Teorema fundamentală a aritmeticii: orice întreg pozitiv poate fi descompus în factori primi într-un unic fel.

Numere Jacobsthal
(vezi şi Numere Fibonacci, Numere Jacobsthal-Lucas, Numere Lucas)
Definiţie: Numerele Jacobsthal sunt definite similar numerelor Fibonacci, prin recurenţă; aceste numere sunt date de formula $J_n = J_{n-1} + 2*J_{n-2}$, unde $J_0 = 0$ şi $J_1 = 1$.
Primele 20 numere Jacobsthal (secvenţa A001045 în OEIS): 0, 1, 1, 3, 5, 11, 21, 43, 85, 171, 341, 683, 1365, 2731, 5461, 10923, 21845, 43691, 87381, 174763.
Comentariu: Corespondente numerelor Jacobsthal sunt aşa numitele polinoame Jacobsthal: $J_1(x) = J_2(x) = 1$, $J_3(x) = 2*x + 1$, $J_4(x) = 4*x + 1$, $J_5(x) = 4*x^2 + 6*x + 1$ ş.a.m.d.
Notă: Denumirea acestor numere provine de la matematicianul german Ernst Jacobsthal.
Referinţe:
(1) *Sums of squares and products of Jacobsthal numbers*, Zvonko Čerin.

Numere Jacobsthal-Lucas
(vezi şi Numere Fibonacci, Numere Jacobsthal, Numere Lucas)
Definiţie: Numerele Jacobsthal-Lucas sunt definite similar numerelor Jacobsthal, prin aceeaşi formulă de recurenţă, şi anume $J_n = J_{n-1} + 2*J_{n-2}$, cu diferenţa că primii doi termeni ai seriei sunt $J_0 = 2$ şi $J_1 = 1$.
Primele 20 numere Jacobsthal-Lucas (secvenţa A014551 în OEIS): 2, 1, 5, 7, 17, 31, 65, 127, 257, 511, 1025, 2047, 4097, 8191, 16385, 32767, 65537, 131071, 262145, 524287.

Comentariu: Corespondente numerelor Jacobsthal-Lucas sunt polinoamele Jacobsthal-Lucas: $J_1(x) = 1$, $J_2(x) = 4*x + 1$, $J_3(x) = 6*x + 1$, $J_4(x) = 8*x^2 + 8*x + 1$, $J_5(x) = 20*x^2 + 10*x + 1$ ş.a.m.d.
Referinţe:

(1) *Infinitely many identities for sums of Jacobsthal-Lucas numbers*, Helmut Prodinger.

Numere Kaprekar
(vezi şi Numere concatenate)
Definiţie: Fie k un întreg pozitiv cu un număr de n cifre; dacă pătratul lui k poate fi de-concatenat în două numere q şi r (q cel de la stânga iar r cel de la dreapta), q având n sau n – 1 cifre iar r având n cifre, astfel încât q + r = k, atunci k este un număr Kaprekar. Prin convenţie, r poate începe cu cifra 0, dar trebuie să fie un număr pozitiv.
Notă: am numit de-concatenare operaţia inversă concatenării (exemplu: dacă numerele 1 şi 8 concatenate dau numărul 18, atunci din 18 de-concatenat obţinem numerele 1 şi 8).
Exemple: 45, 297 şi 999 sunt astfel de numere pentru că 45^2 = 2025 iar 45 = 20 + 25 respectiv 297^2 = 88209 iar 88 + 209 = 297 respectiv 999^2 = 998001 iar 999 = 998 + 001. Numărul 100 nu este număr Kaprekar deşi 100^2 = 10000 iar 100 = 100 + 00 = 100, pentru că r nu este pozitiv.
Primele 19 numere Kaprekar (secvenţa A006886 în OEIS): 1, 9, 45, 55, 99, 297, 703, 999, 2223, 2728, 4879, 4950, 5050, 5292, 7272, 7777, 9999, 17344, 22222.
Comentariu: Aceste numere sunt denumite după matematicianul indian D.R. Kaprekar. Operaţia de de-concatenare a unui pătrat de întreg pozitiv urmată de adunarea celor două numere rezultate e cunoscută drept operaţia Kaprekar.
Notă: Există o infinitate de numere Kaprekar.
Numărul Kaprekar: Fără legătură cu această clasă de numere (dar, desigur, datorându-i-se tot aceluiaşi matematician), mai este cunoscut în aritmetică aşa-zisul număr Kaprekar: acesta este numărul 6174, număr având următoarea proprietate: fie un număr format din 4 cifre (dar nu un număr repdigit precum 1111, 2222 ş.a.m.d.); se formează cu aceste 4 cifre cel mai mic respectiv cel mai mare număr posibil; diferenţa iterată dintre acestea două, în maximum 7 paşi, va duce întotdeauna la numărul 6174 (exemplu: fie numărul 5644; atunci 6544 – 4456 = 2088; mai departe, 8820 – 0288 = 8532; în sfârşit, 8532 – 2358 = 6174). Numărul 6174 mai este denumit şi constantă Kaprekar; nu există o astfel de constantă pentru numere formate din două cifre, dar există pentru numere formate din 3 cifre (*i.e.* 495) sau mai mult de 4 cifre (secvenţa A099009 în OEIS).
Referinţe:

(1) *The Kaprekar numbers*, Douglas E. Iannucci.

Numere Keith
(vezi Numere repfigit)

Numere Kin
(vezi Numere Lychrel)

Numere Knödel
(vezi Numere Carmichael)
Definiţie: Numerele Knödel definite pentru un întreg pozitiv n sunt numerele întregi compuse k, unde k > n, cu proprietatea că pentru orice alt întreg j mai mic decît k şi coprim cu k este satisfăcută relaţia: $j^{(k – n)} \equiv 1 (\text{mod } k)$.

Comentariu: Pentru n = 1 obţinem subclasa numerelor K_1 (sau 1-Knödel), pentru n = 2 subclasa numerelor K_2 (sau 2-Knödel) ş.a.m.d.
Exemplu: Pentru n = 1 definiţia este echivalentă cu: pentru orice întreg j, mai mare decât 1, mai mic decît numărul întreg compus k şi coprim cu k, avem relaţia j^(k – 1) ≡ 1(mod k), relaţie satisfăcută, *e.g.*, pentru k = 561: restul împărţirii numărului j^560 la 561 este egal cu 1 (în condiţiile arătate).
Notă: Subclasa numerelor 1- Knödel este una şi aceeaşi cu clasa numerelor Carmichael.
Primele 16 numere 1-Knödel (secvenţa A002997 în OEIS): 561, 1105, 1729, 2465, 2821, 6601, 8911, 10585, 15841, 29341, 41041, 46657, 52633, 62745, 63973, 75361.
Primele 16 numere 2-Knödel (secvenţa A050990 în OEIS): 4, 6, 8, 10, 12, 14, 22, 24, 26, 30, 34, 38, 46, 56, 58, 62.
Primele 16 numere 3-Knödel (secvenţa A033553 în OEIS): 9, 15, 21, 33, 39, 51, 57, 63, 69, 87, 93, 111, 123, 129, 141, 159.
Comentariu: Matematicianul A. Makowski a demonstrat în 1963 că toate subclasele de numere Knödel sunt infinite pentru n ≥ 2; cazul subclasei n = 1, cel al numerelor Carmichael, a fost demonstrat în 1994 de către matematicienii William R. Alford, Andrew Granville şi Carl Pomerance.

Numere Korselt
(vezi Numere quasi-Carmichael)

Numere Kynea
(vezi şi Numere Carol)
Definiţie: Numerele întregi definite prin formula 4^n + 2^(n + 1) – 1.
Primele 14 numere Kynea (secvenţa A093069 în OEIS): 7, 23, 79, 287, 1087, 4223, 16639, 66047, 263167, 1050623, 4198399, 16785407, 67125247, 268468223.
Definiţie: Numerele Kynea ce sunt totodată şi prime se numesc prime Kynea.
Primele 11 numere prime Kynea (secvenţa A091514 în OEIS): 2, 7, 23, 79, 1087, 66047, 263167, 16785407, 1073807359, 17180131327, 68720001023.
Comentariu: Primele Kynea sunt la fel de rare precum primele Carol; cel de-al 20-lea prim Kynea are circa 150 cifre.
Notă: Numerele Kynea sunt denumite astfel, după numele unei prietene, de către cel ce le-a studiat pentru prima oară, matematicianul Cletus Emmanuel.

Numere Lah
(vezi şi Numere Bell; Numere idempotente; Numere Stirling)
Definiţie: Numerele naturale m date de relaţia m = C(n – 1, k – 1)*n!/k!, unde n ≥ k.
Exemplu: m = 1 = (n – 1)!/(n – k)!*n!/k!, unde n = 1, k = 1, este primul număr Lah corespunzător lui k = 1; m = 2 = (n – 1)!/(n – k)!*n!/k!, unde n = 2, k = 1, este al doilea număr Lah corespunzător lui k = 1; m = 6 = (n – 1)!/(n – k)!*n!/k!, unde n = 3, k = 1, este al treilea număr Lah corespunzător lui k = 1 ş.a.m.d.
Comentariu: Numerele Lah corespunzătoare lui k = 1 sunt 1, 2, 6, 24, 120 …; numerele Lah corespunzătoare lui k = 2 sunt 1, 6, 36, 240, 1800 …(*secvenţa A001286 în OEIS*) ş.a.m.d.
Notă: Numerele Lah, numite după matematicianul sloven Ivo Lah, au importanţă în combinatorică; ele mai sunt numite uneori numere Stirling de tipul trei.
Referinţe:

(1) *Inversions relating Stirling, tanh, Lah numbers and an application to mathematical statistics*, G. Della Riccia;
(2) *Generalized Stirling and Lah numbers*, Carl G. Wagner.

Numere Leyland
Definiţie: Numerele de forma x^y + y^x, unde x şi y sunt numere întregi mai mari decît 1.
Primele 20 numere Leyland (secvenţa A076980 în OEIS): 8, 17, 32, 54, 57, 100, 145, 177, 320, 368, 512, 593, 945, 1124, 1649, 2169, 2530, 4240, 5392, 6250.
Definiţie: Numerele Leyland ce sunt totodată şi prime se numesc prime Leyland.
Primele 7 prime Leyland (secvenţa A094133 în OEIS): 17, 593, 32993, 2097593, 8589935681, 59604644783353249, 523347633027360537213687137.
Comentariu: Aceste numere au fost denumite astfel (de către matematicienii şi autorii americani Richard Crandall şi Carl Pomerance) după matematicianul britanic Paul Leyland, cel ce le-a studiat şi le-a arătat aplicaţiile în testarea programelor de verificare a primalităţii.
Notă: Cel mai mare prim Leyland cunoscut este numărul 5122^6753 + 6753^5122, un număr cu circa 25 mii de cifre.

Numere Lychrel
(vezi Numere palindromice)
Definiţie: Numerele din care nu se obţine, prin aplicarea Algoritmului 196, un număr palindromic.
Notă: Algoritmul 196 constă în adunarea unui număr cu două sau mai multe cifre cu reversul său, apoi în continuare adunarea sumei astfel obţinute cu reversul acesteia ş.a.m.d. Prin aplicarea iterativă a acestei operaţii, cele mai multe numere conduc, în cele din urmă, la un număr palindromic; pentru 80% dintre primele zece mii de numere naturale este nevoie de mai puţin de 5 astfel de iteraţii. Exemple: 56 + 65 = 121, deci din numărul 56 se obţine un număr palindromic printr-o singură operaţie; 7326 + 6237 = 13563; 13563 + 36531 = 50094; 50094 + 49005 = 99099, deci din numărul 7326 se obţine un număr palindromic în doar 3 paşi. Pe de altă parte, recordul pentru numărul palindromic obţinut prin cele mai multe iteraţii este deţinut de un număr cu 119 cifre obţinut din numărul 1186060307891929990 prin 261 de iteraţii.
Comentariu: Încă nu s-a demonstrat despre niciun număr natural că ar fi număr Lychrel, multe sunt însă numere potenţial Lychrel: din ele nu s-a obţinut, prin nenumărate iteraţii ale operaţiei arătate, un număr palindromic; de aceea sunt denumite, îndeobşte, impropriu, numere Lychrel.
Primele 17 numere (potenţial) Lychrel (secvenţa A023108 în OEIS): 196, 295, 394, 493, 592, 689, 691, 788, 790, 879, 887, 978, 986, 1495, 1497, 1585, 1587.
Notă: Unii matematicieni numesc numere (potenţial) Lychrel doar numerele „rădăcină” nu şi pe cele care sunt obţinute din numere mai mici pe traiectoria iteraţiei arătate în definiţie. Acestea din urmă au fost denumite „numere Kin” de către matematicianul japonez Koji Yamashita în 1997.
Primele 17 numere (potenţial) Lychrel „rădăcină” (secvenţa A088753 în OEIS): 196, 879, 1997, 7059, 9999, 10553, 10563, 10577, 10583, 10585, 10638, 10663, 10668, 10697, 10715, 10728, 10735.
Definiţie: Numerele (potenţial) Lychrel ce sunt totodată şi prime se numesc prime Lychrel.
Primele 17 prime Lychrel (secvenţa A135316 în OEIS): 691, 887, 1997, 3583, 3673, 3853, 3943, 4079, 4259, 4349, 4799, 4889, 5581, 5851, 6257, 6977, 8089.
Notă: Denumirea acestor numere i se datorează lui Wade VanLandingham şi reprezintă o anagramă a numelui prietenei acestuia, Cheryl. Denumirea Algoritmului 196 provine de la cel mai mic număr potenţial Lychrel, desigur, 196.

Numere logodite
(vezi Numere quasi-amiabile)

Numere Lucas
(vezi şi Numere Fibonacci; Numere Pell-Lucas, Pseudoprime Lucas)
Definiţie: Numerele Lucas sunt definite similar numerelor Fibonacci, prin recurenţă, fiecare termen al seriei de numere Lucas fiind egal cu suma celor doi termeni anteriori; ceea ce diferă însă sunt termenii iniţiali ai seriei (ceea ce, evident, schimbă întreaga serie şi proprietăţile acesteia). Numerele Lucas sunt deci numerele $L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$, unde $L_0 = 1$ şi $L_1 = 3$.
Notă: O altă formulă (în genul formulei Binet pentru numerele Fibonacci) pentru calculul celui de-al n-lea număr Lucas este: L_n = (((1 + 5^(1/2))/2)^n + (((1 – 5^(1/2))/2)^n).
Primele 20 numere Lucas (secvenţa A000204 în OEIS): 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, 322, 521, 843, 1364, 2207, 3571, 5778, 9349, 15127.
Notă: Uneori se consideră primii doi termeni ai seriei ca fiind $L_0 = 2$ şi $L_1 = 1$, ceea ce nu schimbă seria de la termenul 3 în sus.
Proprietăţi: Există doar două numere pătratice în seria Fibonacci (1 şi 4), un singur număr cubic (1) şi doar 3 numere triunghiulare (1, 3 şi 5778). Datorită naturii similare, există o serie de identităţi între numerele Lucas şi numerele Fibonacci. O proprietate deosebită a numerelor Lucas este aceea că, dacă n este un număr prim, $L_n \equiv 1 \pmod n$; reversul nu este însă obligatoriu: $L_n \equiv 1 \pmod n$ şi pentru unele numere compuse; acestea din urmă se numesc pseudoprime Lucas.
Definiţie: Un număr Lucas ce este totodată şi prim se numeşte prim Lucas.
Primele 16 prime Lucas (secvenţa A005479 în OEIS): 2, 3, 7, 11, 29, 47, 199, 521, 2207, 3571, 9349, 3010349, 54018521, 370248451, 6643838879, 119218851371.
Notă: Numele acestor numere provine de la matematicianul francez din secolul XIX Édouard Lucas care a studiat acest tip de recurenţe.
Referinţe:
(1) *Fibonacci and Lucas numbers*, Verner E. Hoggatt, Jr.;
(2) *On the k-Lucas numbers*, Sergio Falcon.

Numere maleabile
Definiţie: Numerele întregi n ce se pot exprima deopotrivă ca suma şi ca produsul aceleiaşi mulţimi de n numere întregi, nu neapărat distincte.
Exemple: Numărul 5 este un astfel de număr deoarece 5 = 1*(-1)*1*(-1)*5 = 1 – 1 + 1 – 1 + 5; de asemenea numărul 8 pentru că 8 = 1*(-1)*1*(-1)*1*1*2*4 = 1 – 1 + 1 – 1 + 1 + 1 + 2 + 4.
Primele 26 numere maleabile (secvenţa A100832 în OEIS): 1, 5, 8, 9, 12, 13, 16, 17, 20, 21, 24, 25, 28, 29, 32, 33, 36, 37, 40, 41, 44, 45, 48, 49, 52, 53.
Comentariu: Toate numerele întregi n cu proprietatea că $n \equiv 0 \pmod 4$ sau $n \equiv 1 \pmod 4$, cu excepţia numărului 4, sunt numere maleabile.

Numere Markov
(vezi şi Numere Fibonacci; Numere Pell)
Notă: Denumirea acestor numere provine de la matematicianul rus Andrey Markoff ce a studiat această ecuaţie diofantică la sfârşitul secolului XIX (aceste numere se întâlnesc sub ambele denumiri: Markov şi Markoff).

Definiţie: Numerele Markov sunt numerele întregi pozitive x, y sau z ce sunt soluţii ale ecuaţiei diofantice x^2 + y^2 + z^2 = 3*x*y*z.
Primele 20 numere Markov (secvenţa A002559 în OEIS): 1, 2, 5, 13, 29, 34, 89, 169, 194, 233, 433, 610, 985, 1325, 1597, 2897, 4181, 5741, 6466, 7561.
Exemple: Triplete de numere Markov: [1, 1, 1], [1, 2, 5], [1, 5, 13] ş.a.m.d.
Proprietăţi: Toţi divizorii primi ai numerelor Markov (în afara lui 2) sunt de forma 4*k + 1. Numerele Markov impare sunt de forma 4*k + 1 iar cele pare de forma 32*k + 2. Dacă [x, y, z] este un triplet de numere Markov, atunci şi [x, y, 3*x*y – z] este un astfel de triplet. Există o infinitate de numere Markov de forma [1, F_{2*n-1}, F_{2*n+1}], unde F_n este al n-lea număr Fibonacci. Există o infinitate de numere Markov de forma [2, P_{2*n-1}, P_{2*n+1}], unde P_n este al n-lea număr Pell.
Referinţe:

(1) *Markoff numbers*, Tom Ace;
(2) *Combinatorial interpretations for the Markov numbers*, Andy Itsaria *et al.*

Numere Matijasevič
Definiţie: Matematicianul Yuri Matijasevič a demonstrat că pot exista polinoame ale căror valori pozitive, pentru variabile întregi non-negative, să coincidă cu mulţimea numerelor prime. Am denumit valorile acestor polinoame numere Matijasevič.
Exemplu: Matematicienii James P. Jones, Daihachiro Sato, Hideo Wada şi Douglas Wiens au construit un astfel de polinom, polinom de gradul 25 având 26 de variabile, ale cărui valori pozitive (pentru că polinomul are şi valori negative, ca de exemplu numărul -76), pentru variabile întregi non-negative, coincid cu mulţimea numerelor prime: 2, 3, 5, 7 ş.a.m.d. Acesta este polinomul:
(k + 2)*(1 – (w*z + h + j – q)^2 – ((g*k + 2*g + ki + 1)*(h + j) + h – z)^2 – (2*n + p + q + z – e)^2 – (16*(k + 1)^3*(k + 2)*(n + 1)^2 + 1 – f^2) – (e^3*(e + 2)*(a + 1)^2 + 1 – o^2)^2 – ((a^2 – 1)*y^2 + 1 – x^2)^2 – (16*r^2*y^4*(a^2 – 1) + 1 – u^2)^2 – (((a + u^2*(u^2 – a))^2 – 1)*(n + 4*d*y)^2 + 1 – (x + c*u)^2)^2 – (n + l + v – y)^2 – ((a^2 – 1)*l^2 + 1 – m^2)^2 – (a*1 + k + 1 – l – i)^2 – (p + l*(a – n – 1) + b*(2*a*n + 2*a – n^2 – 2*n – 2) – m)^2 – (q + y*(a – p – 1) + s*(2*a*p + 2*a – p^2 – 2*p – 2) – x)^2 – (z + p*l*(a – p) + t*(2*a*p – p^2 – 1) – p*m)^2).
Comentariu: Matijasevič a construit pentru prima dată un astfel de polinom, în 1971, polinom de gradul 37 având 24 de variabile. Jones, Sato, Wada şi Wiens au demonstrat că poate exista un astfel de polinom având numai 12 variabile.
Referinţe:

(1) *Diophantine representation of the set of prime numbers*, James P. Jones *et al.*

Numere Mersenne
(vezi şi Numere Cunningham; Numere Fermat)
Notă: Denumirea acestor numere vine de la călugărul belgian ce a trăit în secolul XVII (cu preocupări în filozofie, matematică şi teoria muzicii) Marin Mersenne; denumirea de „numere Mersenne” este folosită cu două sensuri diferite, astfel încât vom defini noţiunea în ambele moduri distincte (Definiţiile 1 şi 2).
Definiţie 1: Numere naturale de forma M_n = 2^n – 1, unde n este natural.
Primele 19 numere Mersenne conform acestei definiţii (secvenţa A000225 în OEIS):
0, 1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, 255, 511, 1023, 2047, 4095, 8191, 16383, 32767, 65535, 131071, 262143.
Definiţie 2: Numere naturale de forma 2^n – 1, unde n este prim.

Primele 13 numere Mersenne conform acestei definiţii (secvenţa A001348 în OEIS): 3, 7, 31, 127, 2047, 8191, 131071, 524287, 8388607, 536870911, 2147483647, 137438953471, 2199023255551.
Definiţie: Primele de forma 2^n – 1 se numesc prime Mersenne.
Definiţie: Numerele n pentru care 2^n – 1 este prim se numesc exponenţi Mersenne.
Primii 22 exponenţi Mersenne (*secvenţa A000043 în OEIS)*: 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89, 107, 127, 521, 607, 1279, 2203, 2281, 3217, 4253, 4423, 9689, 9941.
Notă: În ceea ce priveşte definirea primelor Mersenne nu există nicio confuzie, pentru că 2^n – 1 prim implică obligatoriu ca şi n să fie prim (reciproca însă nu este adevărată: n prim nu implică în mod necesar ca şi 2^n – 1 să fie prim).
Comentariu: Primele 4 prime Mersenne erau cunoscute din antichitate; al 5-lea a fost descoperit de către un anonim în secolul XV; al 6-lea şi al 7-lea au fost descoperite de matematicianul italian Pietro Cataldi în secolul XVI; matematicianul şi fizicianul elveţian Leonhard Euler a descoperit cel de-al 8-lea prim Mersenne (cu exponentul p = 31) în secolul XVIII. Ulterior au fost descoperite: M_{127} de către matematicianul francez Édouard Lucas (1876), M_{61} de către matematicianul rus Ivan M. Pervushin (1883); următoarele numere Mersenne au fost descoperite în secolul XX (interesant de menţionat că numărul Mersenne descoperit de Pervushin, cu exponentul 61, a infirmat pentru prima oară însemnările călugărului Marin Mersenne, în care acesta pretindea a fi descoperit numerele prime de acest tip până la exponentul 257; ulterior s-au găsit şi alte greşeli în însemnările acestuia).
Notă: Primele Mersenne sunt extrem de rare: se cunosc deocamdată doar 47 de astfel de numere; cel mai mare dintre ele (descoperit, cronologic, al 45-lea), dat publicităţii în 2008 (de către University of California Los Angeles – UCLA în reţeaua GIMPS), fiind 2^43112609 – 1 (un număr cu aproape 13 milioane de cifre); acesta este totodată şi cel mai mare prim descoperit până în prezent (şi următoarele 8 prime de pe lista recordurilor celor mai mari prime cunoscute sunt tot prime Mersenne; de-abia pe locul 10 se află un prim Proth). Proiectul GIMPS (Great Internet Mersenne Prime Search) se ocupă exclusiv de căutarea numerelor Mersenne. Încă nu se ştie dacă există o infinitate de numere Mersenne, deşi s-a conjecturat în acest sens (problema este strâns legată de cea a infinităţii mulţimii numerelor perfecte pare, între cele două existând o corespondenţă biunivocă).
Referinţe:

(1) *Mersenne and Fermat numbers*, Raphael M. Robinson;
(2) *On the largest prime factor of the Mersenne numbers*, Florian Luca *et al.*;
(3) *Generalized Mersenne numbers revisited*, Robert Granger şi Andrew Moss.

Numere Mian-Chowla
Definiţie: Numerele a_n generate de următoarea relaţie de recurenţă: $a_1 = 1$ iar, pentru n > 1, a_n este egal cu cel mai mic număr întreg cu proprietatea că sumele tuturor perechilor $a_i + a_j$ sunt distincte, pentru toate valorile lui i şi j mai mici sau egale cu n.
Primele 23 numere Mian-Chowla (*secvenţa A005282 în OEIS)*: 1, 2, 4, 8, 13, 21, 31, 45, 66, 81, 97, 123, 148, 182, 204, 252, 290, 361, 401, 475, 565, 593, 662.
Notă: Denumirea seriei se datorează matematicienilor Abdul Majid Mian şi Sarvadaman Chowla.
Comentariu: Seria numerelor Mian-Chowla face parte dintr-o clasă mai largă de serii, numite generic serii B2 sau serii Sidon (denumite astfel după matematicianul ungar Simon Sidon), serii infinite de numere întregi cu proprietatea că sumele a doi termeni a_i şi a_j, unde $i \leq j$, sunt diferite.
Referinţe:

(1) *Notes on the Mian-Chowla sequence*, Frank Chu;
(2) *B2 sequences whose terms are squares*, Javier Cilleruelo;
(3) *Infinite Sidon sequences*, Javier Cilleruelo.

Numere minunate
Notă: Aceste numere mai sunt denumite *„hailstone numbers”*.
Definiție: Numerele întregi generate de următoarea formulă: $M_n = (1/2)*M_{n-1}$ pentru n par şi $M_n = 3*M_{n-1} + 1$ pentru n impar.
Exemplu: Pentru $M_0 = 6$ avem $M_1 = 3$, $M_2 = 10$, $M_3 = 5$, $M_4 = 16$, $M_5 = 8$, $M_6 = 4$, $M_7 = 2$, $M_8 = 1$.
Comentariu: Matematicianul german Lothar Collatz a conjecturat în 1937 că, indiferent de valoarea pe care o are M_0, în cele din urmă secvenţa sfârşeşte cu numărul 1. Numărul de iteraţii necesare pentru a ajunge la 1, pentru $M_0 \geq 1$, este: 1, 1, 7, 2, 5, 8 ş.a.m.d. *(secvenţa A006577 în OEIS)*. Numărul cel mai mare de iteraţii necesare pentru a ajunge la 1 este, pentru M_0 mai mic decât un miliard, de 986 de iteraţii, necesare secvenţei ce începe cu $M_0 = 670617279$ pentru a se sfîrşi cu numărul 1.
Notă: Conjectura lui Collatz (denumită uneori şi „Problema 3*x + 1”) este încă nedemonstrată dar este verificată pe computer pînă la valoarea lui M_0 de circa 2^60.
Referinţe:
(1) *The structure of hailstone sequences*, Colin Phipps;
(2) *On the 3*x + 1 Problem*, Eric Roosendaal.

Numere Moser-de Bruijn
Definiţie: Numerele ce se pot exprima ca o sumă de puteri distincte ale lui 4.
Primele 23 numere Motzkin (secvenţa A001006 în OEIS): 0, 1, 4, 5, 16, 17, 20, 21, 64, 65, 68, 69, 80, 81, 84, 85, 256, 257, 260, 261, 272, 273, 276.
Notă: Denumirea acestor numere provine de la matematicianul olandez Nicolaas Govert de Bruijn şi matematicianul canadian de origine austriacă Leo Moser.
Referinţe:
(1) *On unique additive representations of positive integers and some close problems*, Vladimir Shevelev.

Numere Motzkin
(vezi şi Numere Catalan; Numere Delannoy, Numere Narayana)
Definiţie: Numere naturale între care există următoarea relaţie de recurenţă: $M_n = (3*(n - 1)*M_{n-2} + (2*n + 1)*M_{n-1})/(n + 2)$, unde $M_0 = M_1 = 1$. Funcţia generatoare a numerelor Motzkin (ai cărei coeficienţi a_0, a_1, …, a_n dau aceste numere) este f(x) = (1 – x – (1 – 2*x – 3*x^2)^(1/2))/(2*x^2).
Primele 19 numere Motzkin (secvenţa A001006 în OEIS): 1, 1, 2, 4, 9, 21, 51, 127, 323, 835, 2188, 5798, 15511, 41835, 113634, 310572, 853467, 2356779, 6536382.
Notă: Aceste numere, cu importanţă în combinatorică, sunt denumite astfel după matematematicianul american Theodore Motzkin.
Definiţie: Un prim Motzkin este un număr Motzkin ce este totodată prim; se cunosc până în prezent doar 4 astfel de numere.
Primele 4 prime Motzkin (secvenţa A092832 în OEIS): 2, 127, 15511, 953467954114363.

Numere multifactoriale
(vezi şi Numere factoriale; Numere subfactoriale)

Definiţie: Numerele notate n!!, n!!!, n!!!! ş.a.m.d. generate de funcţiile multifactorial (funcţia dublu factorial, funcţia triplu factorial ş.a.m.d.).
Definiţie: Funcţiile multifactoriale (definite simplu) au următoarele valori: n!! = n*(n – 2)*(n – 4)*…*1 dacă n mod 2 = 1 sau n!! = n*(n – 2)*(n – 4)*…*2 dacă n mod 2 = 0, respectiv, prin convenţie, n!! = 1 dacă n = 0; n!!! = n*(n – 3)*(n – 6)*…*2 dacă n mod 3 = 2 sau n!!! = n*(n – 3)*(n – 6)*…*1 dacă n mod 3 = 1 sau n!!! = n*(n – 3)*(n – 6)*…*3 dacă n mod 3 = 0 ş.a.m.d.
Exemple de valori multifactoriale: 7!! = 7*5*3*1 = 105; 7!!! = 7*4*1 = 28; 7!!!! = 7*3 = 21; 7!!!!! = 7*2 = 14.
Notă: a nu se confunda aceste funcţii cu funcţia factorial repetată (n!)!; astfel, de exemplu, (4!)! = (1*2*3*4)! = 24! = 620448401733239439360000 iar 4!! = 4*2 = 8.
Primele 18 numere dublu factorial (secvenţa A006882 în OEIS): 1, 1, 2, 3, 8, 15, 48, 105, 384, 945, 3840, 10395, 46080, 135135, 645120, 2027025, 10321920, 34459425.
Definiţie: Primele de forma n!! ± 1, n!!! ± 1, n!!!! ± 1 ş.a.m.d. se numesc prime multifactoriale.

Numere multiperfecte
(vezi şi Numere hemiperfecte; Numere perfecte; Numere superperfecte)
Notă: Aceste numere se întâlnesc sub denumirile *„multiperfect numbers”*, *„multiply perfect numbers”* şi *„pluperfect numbers”*.
Definiţie: Numărul natural n se numeşte că este k-perfect sau k-multiperfect dacă are proprietatea că σ(n) = k*n, unde k > 2.
Notă: Unele surse vorbesc şi despre clasa numerelor 2-perfecte, echivalentă cu cea a numerelor perfecte.
Singurele 6 numere 3-perfecte (sau triperfecte, sau triplu perfecte) cunoscute (secvenţa A005820 în OEIS): 120, 672, 523776, 459818240, 1476304896, 51001180160.
Comentariu: Este conjecturat că toate clasele de numere k-perfecte sunt finite pentru k > 2. Sunt cunoscute până acum 6 numere 3-perfecte, 36 numere 4-perfecte *(secvenţa A027687 în OEIS)* ş.a.m.d. Cel mai mic număr 3-perfect, 120, este cunoscut încă din antichitate; cel mai mic număr 4-perfect, 30240, şi cel mai mic număr 5-perfect, 14182439040, au fost descoperite de Descartes în secolul XVII iar cel mai mic număr 6-perfect, 154345556085770649600, a fost descoperit de matematicianul american Robert Carmichael la începutul secolului XX; acesta nu a fost însă şi primul număr 6-perfect descoperit: acesta a fost descoperit de Fermat în secolul XVII şi este numărul 34111227434420791224041472000.
Notă: Toate numerele k-perfecte cunoscute sunt pare. Nu se ştie dacă există sau nu un număr k-perfect impar (inclusiv pentru k = 2).
Referinţe:
(1) *Multiperfect numbers on lines of the Pascal triangle*, Florian Luca;
(2) *On multiply perfect numbers with a special property*, Carl Pomerance;
(3) *On perfect and multiply perfect numbers*, Paul Erdős.

Numere Narayana
(vezi şi Numere Catalan; Numere Delannoy; Numere Motzkin)
Definiţie: Numere exprimate prin coeficienţi binomiali ca suma de la k = 0 la k = n a produselor (1/n)*C(n, k)*C(n, k – 1).
Notă: Aceste numere, denumite după matematicianul indian Tadepalli Venkata Narayana, au importanţă în combinatorică.
Referinţe:
(1) *On divisibility of Narayana numbers by primes*, Miklós Bóna.

Numere narcisiste
(vezi Numere Armstrong)

Numere naturale
(vezi Numere întregi)

Numere nefericite
(vezi Numere fericite)

Numere neobişnuite
(vezi şi Numere rotunde)
Definiţie 1: Un număr întreg n este denumit neobişnuit dacă cel mai mare factor prim al său este mai mare sau egal cu n^(1/2).
Primele 25 numere neobişnuite conform acestei definiţii (secvenţa A063538 în OEIS): 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 28, 29, 31, 33, 34.
Definiţie 2: Un număr întreg n este denumit neobişnuit dacă cel mai mare factor prim al său este strict mai mare decât n^(1/2).
Primele 25 numere neobişnuite conform acestei definiţii (secvenţa A064052 în OEIS): 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 26, 28, 29, 31, 33, 34, 35, 37, 38.
Notă: Toate numerele prime sunt numere neobişnuite.

Numere neuniforme
(vezi şi Numere uniforme)
Definiţie: Un număr întreg este k-neuniform *(„k-rough”)* dacă toţi factorii săi primi sunt mai mari sau egali cu k.
Primele 25 numere 11-neuniforme (secvenţa A008364 în OEIS): 1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107.
Primele 25 numere 23-neuniforme (secvenţa A166063 în OEIS): 1, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131.

Numere Niven
(vezi Numere Harshad)

Numere nontotiente
(vezi şi Numere perfect totiente; Numere extrem totiente; Numere slab totiente; Numere rectangulare)
Definiţie: Întregi pozitivi n pentru care ecuaţia φ(x) = n nu are soluţii; cu alte cuvinte, n este nontotient dacă nu există un întreg x care să aibă n numere mai mici relativ prime.
Primele 23 nontotiente pare (secvenţa A005277 în OEIS): 14, 26, 34, 38, 50, 62, 68, 74, 76, 86, 90, 94, 98, 114, 118, 122, 124, 134, 142, 146, 152, 154, 158.
Comentariu: Toate numerele impare sunt nontotiente cu excepţia lui 1. Niciun nontotient nu poate fi de forma p – 1, unde p prim, pentru că indicatorul lui Euler al unui număr prim p (funcţia totient) este tocmai p – 1.
Proprietăţi: Dacă n este nontotient iar 2*n + 1 este compus, atunci 2n este de asemenea nontotient. Dacă n^2 nu se poate scrie ca diferenţa a două prime, atunci n^2 + 1 este nontotient. Un număr rectangular n*(n + 1) nu poate fi nontotient dacă n este prim deoarece în acest caz φ(n^2) este tocmai n*(n + 1). Un nontotient nu poate fi exprimat ca un produs de numere (sau de puteri de numere) de forma p – 1, unde p prim.

Numere norocoase Euler
(vezi şi Prime Euler)
Definiţie: Numerele întregi pozitive m pentru care n^2 – n + m este prim când n ia valori de la 1 la m – 1.
Comentariu: Polinomul obţinut pentru m = 41 se numeşte polinomul lui Euler iar în forma generică (pentru un m oarecare) polinoamele de acest tip se numesc polinoame de tip Euler. Polinomul lui Euler este cel mai cunoscut polinom aşa-zis generator de prime, având ca rezultat un număr prim distinct pentru toate valorile lui n de la 1 la 40. S-a demonstrat (implicit, de către inginerul şi matematicianul german Kurt Heegner în 1952) că nu există decât 6 numere ce pot satisface condiţia din definiţie, de asemenea că nu există un polinom de tip Euler care să genereze, pentru valori consecutive ale lui n, mai multe prime distincte decât polinomul lui Euler, adică 41.
Singurele 6 numere norocoase ale lui Euler (secvenţa A014556 în OEIS): 2, 3, 5, 11, 17, 41.
Notă: Denumirea acestor numere este atribuită chimistului şi matematicianului francez François Le Lionnais.
Referinţe:
(1) On Euler polynomials and Rabinowitsch polynomyals, Shaoji Xu.

Numere norocoase Ulam
Definiţie: Numerele ce rămân după trecerea tuturor numerelor naturale printr-o sită ale cărei etape sunt: începând cu şirul întregilor pozitivi, următorul număr după 1 este 2; fiecare al doilea număr din şir (adică toate numerele pare) sunt eliminate; următorul număr rămas după 1 este 3; fiecare al treilea număr din şirul rămas este eliminat; următorul număr rămas după 1 este 7; fiecare al 7-lea număr din şirul rămas este eliminat ş.a.m.d. Numerele rămase în urma acestei „treceri prin sită" se numesc numere norocoase Ulam".
Primele 25 numere norocoase Ulam (secvenţa A000959 în OEIS): 1, 3, 7, 9, 13, 15, 21, 25, 31, 33, 37, 43, 49, 51, 63, 67, 69, 73, 75, 79, 87, 93, 99, 105, 111.
Notă: Denumirea acestor numere („numere norocoase") este atribuită unui grup de oameni de ştiinţă printre care se afla şi matematicianul american de origine poloneză Stanislaw Ulam (acesta a participat în timpul celui de-al doilea război mondial la Proiectul Manhattan); ulterior au fost denumite şi după numele acestuia.
Proprietăţi: Aceste numere par a avea în cadrul mulţimii numerelor naturale o densitate apropiată de cea a numerelor prime (*e.g.*, dintre primele un milion două-trei sute de numere naturale circa 10 mii sunt numere prime şi tot circa 10 mii sunt numere norocoase Ulam). Există o infinitate de numere norocoase Ulam.

Numere Newman-Shanks-Williams
(vezi şi Numere Pell-Lucas)
Definiţie : Numerele întregi x ce sunt soluţii ale ecuaţiei diofantice x^2 + 1 = 2*n^2.
Notă: Numele acestor numere (cunoscute sub abrevierea de numere NSW) provine de la autorii unei lucrări ştiinţifice pe această temă, Morris Newman, Daniel Shanks şi Hugh Williams.
Primele 13 numere NSW (secvenţa A002315 în OEIS): 1, 7, 41, 239, 1393, 8119, 47321, 275807, 1607521, 9369319, 54608393, 318281039, 1855077841.
Comentariu: O formulă pentru generarea numerelor NSW este: ((1 + 2^(1/2))^(2*n + 1) + (1 – 2^(1/2))^(2*n + 1))/2.
Definiţie : Numerele NSW ce sunt totodată şi prime se numesc prime NSW.

Primele 7 numere prime NSW (secvenţa A088165 în OEIS): 7, 41, 239, 9369319, 63018038201, 489133282872437279, 19175002942688032928599.
Proprietăţi: Fiecărui număr NSW îi corespunde un număr Pell-Lucas ce este egal cu dublul valorii sale.

Numere ondulatorii
Definiţie : Numerele de forma abab…a sau abab…b, adică cele formate din doar două cifre ce alternează.
Notă: Numerele ondulatorii netriviale sunt cele ce au peste 3 cifre iar a ≠ b *(secvenţa A046075 în OEIS)*.
Comentariu: Matematicianul David Moews a demonstrat recent că numai 14 pătrate sunt numere ondulatorii (deci nu pot exista alte pătrate în afară de cele 14 cu această proprietate): 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 121, 484, 676, 69696.
Notă: Noţiunea de prime ondulatorii este întâlnită cu două sensuri diferite.
Definiţie 1: Prin prime ondulatorii se înţeleg primele de forma abcd…n, unde a < b > c < d ş.a.m.d. sau a > b < c > d ş.a.m.d., adică mărimea cifrelor alternează; de exemplu 241, 409 etc. *(secvenţa A059168 în OEIS)*.
Definiţie 2: Prin prime ondulatorii se înţeleg primele formate din doar două cifre ce alternează *(secvenţa A032758 în OEIS)*. Pentru a deosebi această categorie de prime de cea din sensul primei definiţii, uneori se adaugă denumirii clasei acestor numere un adjectiv: *„smoothly undulating primes"*; termenul *„smoothly"* îi este atribuit lui Charles W. Trigg, inginer, matematician şi editor al publicaţiei *„Journal of Recreational Mathematics"*.
Notă: Unii matematicienii dau şi noţiunii de „numere ondulatorii" aceleaşi două sensuri.
Referinţe:

(1) Comments on double smoothly undulating primes, Ken Shirriff.

Numere Ore
(vezi şi Numere hemiperfecte; Numere perfecte; Numere pseudoperfecte)
Definiţie : Numerele Ore sunt numerele n cu proprietatea că numărul n*τ(n)/σ(n) este întreg, unde σ(n) şi τ(n) reprezintă suma divizorilor, respectiv numărul divizorilor lui n.
Notă : Numerele Ore mai sunt denumite *„harmonic divisor numbers"* sau pur şi simplu numere armonice, cu specificaţia că este vorba de numere întregi pozitive, pentru a nu se confunda cu clasa numerelor cunoscute îndeobşte ca şi „numere armonice", şi anume numerele raţionale H_n egale cu suma de la k = 1 la k = n a rapoartelor 1/k.
Exemplu : Numărul 140 este număr Ore pentru că 140*12/336 = 5, un număr întreg, unde τ(n) = 12, adică numărul divizorilor lui 140 (*i.e.* 1, 2, 4, 5, 7, 10, 14, 20, 28, 35, 70 şi 140) iar σ(n) = 336, adică suma divizorilor lui 140 (*i.e.* 1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 10 + 14 + 20 + 28 + 35 + 70 + 140).
Primele 28 valori ale funcţiei divizor sigma(n) (secvenţa A000203 în OEIS): 1, 3, 4, 7, 6, 12, 8, 15, 13, 18, 12, 28, 14, 24, 24, 31, 18, 39, 20, 42, 32, 36, 24, 60, 31, 42, 40, 56.
Primele 28 valori ale funcţiei tau(n) (secvenţa A000005 în OEIS): 1, 2, 2, 3, 2, 4, 2, 4, 3, 4, 2, 6, 2, 4, 4, 5, 2, 6, 2, 6, 4, 4, 2, 8, 3, 4, 4, 6.
Primele 18 numere Ore (secvenţa A001599 în OEIS): 1, 6, 28, 140, 270, 496, 672, 1638, 2970, 6200, 8128, 8190, 18600, 18620, 27846, 30240, 32760, 55860.
Comentariu: Numerele Ore sunt denumite după matematicianul norvegian Øystein Ore, ce le-a definit şi a demonstrat, la jumătatea secolului XX, că toate numerele perfecte sunt numere Ore; el a conjecturat, de asemenea, că 1 este singurul număr Ore impar, conjectură ce ar implica, dacă s-ar adeveri, că nu există niciun număr perfect impar. Un

număr Ore impar, s-a arătat, ar trebui să fie mai mare decât 10^24 şi să aibă cel puţin 3 factori primi distincţi.

Referinţe:

(1) *Harmonic seeds*, G.L. Cohen şi R.M. Sorli;

(2) *(Ore's) Harmonic Numers*, Takeshi Goto.

Numere Padovan

(vezi şi Numere Fibonacci, Numere Pell, Numere Perrin)

Definiţie: Numerele definite prin relaţia de recurenţă $P_n = P_{n-2} + P_{n-3}$ (aceeaşi relaţie de recurenţă ca cea care defineşte numerele Perrin) şi valorile iniţiale $P_0 = P_1 = P_2 = 1$.

Notă: Numerele sunt denumite astfel după arhitectul şi autorul Richard Padovan.

Primele 28 numere Padovan (secvenţa A000931 în OEIS): 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12, 16, 21, 28, 37, 49, 65, 86, 114, 151, 200, 265, 351.

Proprietăţi: Raportul dintre doi termeni consecutivi ai seriei Padovan tinde spre o constantă matematică având aceeaşi natură ca şi raportul de aur în cazul seriei Fibonacci sau raportul de argint în cazul numerelor Pell.

Definiţie: Numerele Padovan ce sunt totodată şi prime se numesc prime Padovan.

Primele 10 numere Padovan (secvenţa A100891 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 37, 151, 3329, 23833, 13091204281, 3093215881333057.

Notă: Următorul prim Padovan este un număr cu 58 cifre.

Referinţe:

(1) *Complete Padovan sequences in finite fields*, Juan B. Gil *et al.*

Numere palindromice

(vezi şi Numere Demlo; Numere Lychrel; Numere reversate; Prime reversibile)

Definiţie: Numerele ce rămân neschimbate atunci când cifrele lor sunt reversate (se citesc la fel de la stânga la dreapta sau de la dreapta la stânga). Numerele prime ce au această proprietate se numesc prime palindromice.

Exemplu: 191, 2442, 37973, 38083 sunt numere palindromice; 191 şi 38083 sunt prime palindromice.

Primele 26 numere palindromice (secvenţa A002113 în OEIS): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 101, 111, 121, 131, 141, 151, 161.

Primele 22 prime palindromice (secvenţa A002385 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 101, 131, 151, 181, 191, 313, 353, 373, 383, 727, 757, 787, 797, 919, 929, 10301, 10501.

Proprietăţi: Orice număr palindromic cu un număr par de cifre este divizibil cu 11; consecinţă: orice prim palindromic în afara lui 11 are un număr impar de cifre. Se presupune că există un număr infinit de prime palindromice.

Conjectura numerelor palindromice: Fie un număr natural n cu două sau mai multe cifre; n se adună cu reversul său, R(n); numărul astfel obţinut (n + R(n)) se reversează din nou iar rezultatul se adună din nou cu (n + R(n)) ş.a.m.d. Operaţia iterativă de reversare a numărului urmată de adunare se numeşte Algoritmul 196. Conjectura numerelor palindromice susţine că din orice număr n, repetând algoritmul, vom obţine în cele din urmă un număr palindromic. Într-adevăr, asta se întâmplă în cazul majorităţii numerelor; sunt însă numere care par a nu conduce, totuşi, niciodată la un număr palindromic. 196 este cel mai mic număr din care nu s-a obţinut prin operaţia arătată un număr palindromic, deşi iteraţia s-a extins până la obţinerea unor numere de milioane de cifre.

Comentariu: O categorie studiată de numere palindromice este formată din numerele n pentru care numărul format prin concatenare 10n01 este prim; astfel de numere sunt

(*secvenţa A099744 în OEIS*): 3, 5, 6, 222, 282, 353, 434, 555, 626, 656, 747, 828, 858, 929, 939, 10301 ş.a.m.d.
Referinţe:

(1) Intrinsic palindromic numbers, Antonio J. Di Scala şi Martin Sombra.

Numere pandigitale
Definiţie: Numere ce conţin toate cifrele, de la 0 la 9.
Primele 8 numere pandigitale (secvenţa A171102 în OEIS): 1023456789, 1023456798, 1023456879, 1023456897, 1023456978, 1023456987, 1023457689, 1023457698.
Primele 8 prime pandigitale (secvenţa A050288 în OEIS): 10123457689, 10123465789, 10123465897, 10123485679, 10123485769, 10123496857, 10123547869, 10123548679.
Comentariu: Numerele pandigitale ce rămân astfel înmulţite cu numărul natural k se numesc „numere k-persistente” (*„k-persistent numbers”)*. Astfel, numărul n = 1234567890 este 2-persistent deoarece 2*n = 2469135780 este tot un număr pandigital. Există cel puţin un număr k-persistent pentru orice număr întreg pozitiv k.

Numere pare
(vezi şi Numere impare; Numere perfecte; Numere prime)
Definiţie: Numerele întregi n de forma n = 2*k, unde k întreg, cu alte cuvinte numerele întregi divizibile cu 2.
Conjectura lui Goldbach: Una dintre cele mai cunoscute conjecturi din teoria numerelor este pe cât de uimitor de simplu enunţată pe atât de dificil de demonstrat; îi aparţine matematicianului german din secolul XVIII Christian Goldbach şi nu a fost demonstrată din 1742 până în prezent. În sfârşit, aceasta sună astfel: orice număr par mai mare decât 2 poate fi scris ca suma a două numere prime. S-a demonstrat deocamdată, de către matematicianul chinez J.R. Chen, că orice număr par suficient de mare poate fi scris ca suma dintre un număr prim şi un număr ce este fie prim fie semiprim; tot acesta a demonstrat că orice număr par poate fi scris ca diferenţa a două numere prime.
Proprietăţi: Se ştie (Teorema Bertrand-Chebyshev) că există întotdeauna cel puţin un număr prim între numerele k şi 2*k. Se presupune (Conjectura lui de Polignac) că pentru orice număr pozitiv par n există un infinit de perechi de prime consecutive p şi q astfel încât q – p = n (cazul particular n = 2 al conjecturii se numeşte Conjectura primelor gemene; nici cel puţin acest caz nu a fost demonstrat încă). Toate numerele perfecte cunoscute până acum sunt pare; nu se cunoaşte dacă mulţimea numerelor perfecte pare este infinită.

Numere pătratice
(vezi şi Numere poligonale; Numere triunghiulare)
Definiţie: Numerele pătratice, numite şi pătrate perfecte, sunt numerele naturale ce reprezintă produsul unui număr întreg cu el însuşi.
Primele 23 numere pătratice (secvenţa A000290 în OEIS): 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484.
Comentariu: Numerele pătratice sunt un subset al numerelor poligonale. Un număr pătratic se poate scrie ca suma a două numere triunghiulare consecutive.
Notă: Un număr natural ce nu are ca divizor niciun număr pătratic se numeşte „număr liber de pătrate”.
Proprietăţi: Matematicianul italian de origine greacă Francesco Maurolico (Frangiskos Mavrolikos) a demonstrat în secolul XVI, prin inducţie, că suma primelor n numere impare este egală cu n^2. Suma pătratelor primelor n numere naturale este egală cu n*(n

+ 1)*(2*n + 1)/6. Conjectura lui Legendre, încă nedemonstrată în pofida evidenţei sale, stipulează că există întotdeauna un număr prim între două pătrate consecutive. Matematicianul şi astronomul francez de origine italiană Joseph-Louis Lagrange (Giuseppe Luigi Lagrangia) a demonstrat (în 1770) că orice număr natural se poate scrie ca suma a cel mult patru pătrate perfecte; ulterior matematicianul francez Adrien-Marie Legendre a demonstrat (în 1798) că orice număr natural se poate scrie ca suma a cel mult trei pătrate perfecte, cu excepţia numerelor de forma 4^n*(8*k + 7). Matematicianul britanic Edward Waring a conjecturat (în 1770) că orice număr natural poate fi scris ca suma unui număr de maximum f(n) numere naturale ridicate la puterea n (unde n este, de asemenea, natural), unde f(n) depinde numai de n; conjectura a fost demonstrată de matematicianul german David Hilbert (1909). În timp s-au găsit următoarele valori pentru f(n): f(3) = 9 (orice număr natural este egal cu suma a cel mult 9 numere ridicate la puterea a treia – A. Wieferich şi A.J. Kempner, 1912); f(4) = 19 (orice număr natural este egal cu suma a cel mult 19 numere ridicate la puterea a patra – Ramachandran Balasubramanian, 1986); f(5) = 37 (Chen Jingrun, 1964); f(6) = 73 (Pillai, 1940).

Numere Pell

(vezi şi Numere Fibonacci, Numere Lucas, Numere Markov)

Definiţie: Numerele Pell sunt definite asemenea numerelor Fibonacci şi numerelor Lucas, prin recurenţă, fiecare termen al seriei infinite de astfel de numere fiind definit în funcţie de cei doi termeni anteriori ai săi (desigur, la seriile definite astfel, primii doi termeni trebuie întotdeauna să fie stabiliţi dinainte). Numerele Pell sunt deci numerele $P_n = 2*P_{n-1} + P_{n-2}$, unde $P_0 = 1$ şi $P_1 = 1$.

Primele 18 numere Pell (secvenţa A000129 în OEIS): 0, 1, 2, 5, 12, 29, 70, 169, 408, 985, 2378, 5741, 13860, 33461, 80782, 195025, 470832, 1136689.

Comentariu: Numerele Pell sunt cunoscute încă din antichitate ca fiind egale cu numitorii fracţiilor ce aproximează din ce în ce mai fidel rădăcina pătrată a lui 2: 1/1, 3/2, 7/5, 17/12, 41/29 ş.a.m.d. Raportul dintre doi termeni consecutivi ai seriei Pell tinde spre valoarea unei constante matematice, denumită *silver ratio*, analogă celebrei constante obţinută din raportul dintre doi termeni consecutivi ai seriei Fibonacci, *golden ratio*.

Notă: O altă formulă (în genul formulei Binet pentru numerele Fibonacci) pentru calculul celui de-al n-lea număr Pell este: P_n = ((1 + 2^(1/2))^n – (1 – 2^(1/2))^n)/(2*2^(1/2)).

Proprietăţi: Există o infinitate de triplete de numere Markov de forma [2, P_{2*n-1}, P_{2*n+1}], unde P_n este al n-lea număr Pell (numerele Markov sunt numerele întregi pozitive x, y, z ce sunt soluţii ale ecuaţiei diofantice x^2 + y^2 + z^2 = 3*x*y*z).

Definiţie: Un număr Pell ce este totodată şi prim se numeşte prim Pell.

Comentariu: Pentru ca numărul Pell P_n să fie prim este necesar ca indicele n să fie prim.

Primii 18 indici ai primelor 18 numere prime Pell (secvenţa A096650 în OEIS): 2, 3, 5, 11, 13, 29, 41, 53, 59, 89, 97, 101, 167, 181, 191, 523, 929, 1217.

Notă: Indicele celui mai mare prim Pell cunoscut, un număr cu circa 5000 cifre, este 13339.

Comentariu: Numele acestor numere provine de la matematicianul englez din secolul XVII John Pell, căruia Euler, se spune, i-ar fi atribuit din greşeală studiul acestor numere în detrimentul altui matematician englez contemporan cu Pell, William Brouncker.

Referinţe:

(1) *Fibonacci, Lucas and Pell numbers, and Pascal's triangle*, Thomas Koshy.

Numere Pell-Lucas
(vezi şi Numere Lucas, Numere Newman-Shanks-Williams, Numere Pell)
Definiţie: Numerele Pell-Lucas sunt definite prin aceeaşi relaţie de recurenţă ca şi numerele Pell, şi anume $P_n = 2*P_{n-1} + P_{n-2}$, cu diferenţa că primii doi termeni ai seriei sunt $P_0 = P_1 = 2$.
Primele 18 numere Pell-Lucas (secvenţa A002203 în OEIS): 2, 2, 6, 14, 34, 82, 198, 478, 1154, 2786, 6726, 16238, 39202, 94642, 228486, 551614, 1331714, 3215042.
Comentariu: Numerele Pell-Lucas sunt cunoscute ca fiind egale cu dublul numărătorilor fracţiilor ce aproximează din ce în ce mai fidel rădăcina pătrată a lui 2: 1/1, 3/2, 7/5, 17/12, 41/29 ş.a.m.d.
Notă: O altă formulă (în genul formulei Binet pentru numerele Fibonacci) pentru calculul celui de-al n-lea număr Pell-Lucas este: P_n = (1 + 2^(1/2))^n + (1 – 2^(1/2))^n).
Definiţie: Numărul $P_n/2$, unde P_n este un număr Pell-Lucas, se numeşte prim Pell-Lucas (se observă că numerele Pell-Lucas sunt întotdeauna pare).
Comentariu: Pentru ca numărul $P_n/2$ să fie prim, unde P_n este al n-lea număr Pell-Lucas, este necesar ca indicele n să fie ori prim ori putere a lui 2.
Primii 18 indici n ai primelor 18 numere $P_n/2$ prime (secvenţa A099088 în OEIS): 2, 3, 4, 5, 7, 8, 16, 19, 29, 47, 59, 163, 257, 421, 937, 947, 1493, 1901.
Notă: Indicele celui mai mare prim Pell-Lucas cunoscut, un număr cu circa 3700 cifre, este 9679.
Referinţe:
(1) *On the Pell, Pell-Lucas and modified Pell numbers by matrix method*, Ahmet Dasdemir.

Numere perfecte
(vezi şi Numere abundente; Numere deficiente; Numere Mersenne; Numere Ore)
Definiţie: Numerele naturale n egale cu suma lor alicotă (suma divizorilor lor mai mici ca n), cu alte cuvinte numerele n cu proprietatea că $2*n = \sigma(n)$.
Sumele alicote ale primilor 28 întregi pozitivi (secvenţa A001065 în OEIS): 0, 1, 1, 3, 1, 6, 1, 7, 4, 8, 1, 16, 1, 10, 9, 15, 1, 21, 1, 22, 11, 14, 1, 36, 6, 16, 13, 28.
Primele 8 numere perfecte (secvenţa A000396 în OEIS): 6, 28, 496, 8128, 33550336, 8589869056, 137438691328, 2305843008139952128.
Comentariu: Primele 4 numere perfecte erau cunoscute de matematicienii din Grecia antică; următoarele 3 au fost descoperite în secolele XV-XVI, două dintre ele de către Pietro Cataldi. Euclid a demonstrat că numărul 2^(p – 1)*(2^p – 1) este perfect dacă numărul 2^p – 1 este prim (pentru primele 8 numere perfecte, p este 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31). Valorile lui p pentru care 2^p – 1 este prim (Mersenne) se numesc exponenţi Mersenne şi trebuie în mod necesar (dar nu şi suficient) să fie prime (deci ceea ce a descoperit italianul Cataldi sunt primele Mersenne cu exponenţii p = 17 şi p = 19). Euler a descoperit cel de-al 8-lea număr Mersenne (cu exponentul p = 31), deci implicit cel de-al 8-lea număr perfect. Încă din jurul anului 1000 d.Hr., omul de ştiinţă musulman Al-Hasan ibn al-Haytham (latinizat Alhazen) a conjecturat că orice număr perfect par este de forma 2^(p – 1)*(2^p – 1), unde 2^p – 1 este prim, fapt demonstrat de-abia în secolul XVIII de Euler. Asta înseamnă că între mulţimea numerelor pare perfecte şi mulţimea numerelor Mersenne există o corespondenţă biunivocă: fiecărui termen al unei mulţimi îi corespunde un termen al celeilalte şi viceversa.
Notă: Actualmente se cunosc 47 de prime Mersenne, deci 47 de numere perfecte pare; cel mai mare dintre acestea are mai mult de de 25 de milioane de cifre şi este 2^43112608*(2^43112609 – 1). Nu se cunoaşte încă dacă există sau nu un număr

perfect impar. De asemenea nu se cunoaşte dacă mulţimea numerelor perfecte pare (precum, implicit, cea a numerelor Mersenne) este infinită.

Referinţe:

(1) *Some new results on odd perfect numbers*, G.C. Dandapat *et al.*;

(2) *Perfect numbers: an elementary introduction*, John Voight.

Numere perfect totiente

(vezi şi Numere nontotiente; Numere extrem totiente; Numere slab totiente; Numere perfecte)

Definiţie: Numere naturale egale cu suma indicatorilor lor Euler calculaţi în mod iterat până se ajunge la numărul 1.

Exemplu: φ(327) = 216, φ(216) = 72, φ(72) = 24, φ(24) = 8, φ(8) = 4, φ(4) = 2, φ(2) = 1; deci 327 = 216 + 72 + 24 + 8 + 4 + 2 + 1 este un număr perfect totient.

Primele 21 numere perfect totiente (secvenţa A082897 în OEIS): 3, 9, 15, 27, 39, 81, 111, 183, 243, 255, 327, 363, 471, 729, 2187, 2199, 3063, 4359, 4375, 5571, 6561.

Definiţie: Indicatorul lui Euler al lui n, phi(n) sau φ(n), este numărul de numere întregi pozitive mai mici sau egale cu n ce sunt relativ prime cu n.

Indicatorul lui Euler al primelor 20 numere întregi pozitive (secvenţa A000010 în OEIS): 1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, 10, 4, 12, 6, 8, 8, 16, 6, 18, 8, 12, 10, 22, 8, 20, 12, 18, 12, 28.

Proprietăţi ale funcţiei totient: Indicatorul lui Euler al unui număr mai mare decât 2 este par. Indicatorul lui Euler al unui număr prim este egal cu valoarea numărului minus 1 iar indicatorul lui Euler al pătratului unui număr prim este egal cu valoarea numărului prim înmulţită cu valoarea numărului natural imediat următor – algebric formulat, φ(p) = p – 1 iar φ(p^2) = p*(p + 1). Există relativ multe numere pentru care φ(n) = φ(n + 1) dar nu se cunoaşte decât unul până la n = 10^10 pentru care φ(n) = φ(n + 1) = φ(n + 2) şi anume n = 5186, cu indicatorul lui Euler egal cu 2^5*3^4.

Referinţe:

(1) *On perfect totient numbers*, Douglas E. Iannucci *et al.*

Numere perfect unitare

(vezi şi Numere perfecte)

Definiţie: Un număr perfect unitar este numărul natural n egal cu suma divizorilor săi unitari, exceptându-l pe n însuşi; prin divizor unitar al lui n (*„unitary divisor of a number n”*) înţelegem un divizor d al lui n cu proprietatea că d şi d/n sunt coprime.

Exemplu: Numărul 60 este un număr perfect unitar deoarece 60 = 1 + 3 + 4 + 5 + 12 + 15 + 20 (ceilalţi divizori ai lui 60 nu sunt unitari).

Primele 5 numere perfect unitare (secvenţa A002827 în OEIS): 6, 60, 90, 87360, 146361946186458562560000.

Proprietăţi: Nu există numere perfect unitare impare. Nu se ştie dacă există sau nu o infinitate de numere perfect unitare.

Referinţe:

(1) *Unitary super perfect numbers*, Tomohiro Yamada;

(2) *On multiplicatively unitary perfect numbers*, Antal Bege.

Numere Perrin

(vezi şi Numere Padovan)

Definiţie: Numerele definite prin relaţia de recurenţă $P_n = P_{n-2} + P_{n-3}$ (aceeaşi relaţie de recurenţă ca cea care defineşte numerele Padovan) şi valorile iniţiale $P_0 = 3$, $P_1 = 0$, $P_2 = 2$.

Primele 23 numere Perrin (secvenţa A001608 în OEIS): 3, 0, 2, 3, 2, 5, 5, 7, 10, 12, 17, 22, 29, 39, 51, 68, 90, 119, 158, 209, 277, 367, 486.
Proprietăţi: Raportul dintre doi termeni consecutivi ai seriei Perrin tinde spre valoarea unei constante matematice, denumită *„plastic number”*, analogă ca şi natură constantelor obţinute prin raportul a doi termeni consecutivi ai seriilor Fibonacci şi Pell, respectiv *„golden ratio”* şi *„silver ratio”*.
Definiţie: Un număr Perrin ce este totodată şi prim se numeşte prim Perrin.
Primele 14 prime Perrin (secvenţa A074788 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 17, 29, 277, 367, 853, 14197, 43721, 1442968193, 792606555396977, 187278659180417234321.
Notă: S-a demonstrat că, pentru orice q prim, P_q este divizibil cu q; reciproca nu este însă adevărată: numerele compuse n ce au proprietatea că divid P_n se numesc pseudoprime Perrin.
Referinţe:

(1) *Generating large prime numbers using the Perrin sequence*, Dan Tamir.

Numere persistente
(vezi Numere pandigitale)

Numere Pisano
(vezi şi Numere Fibonacci)
Definiţie: Numerele Pisano pun în evidenţă o proprietate a numerelor Fibonacci, şi anume periodicitatea resturilor modulo ale acestora; astfel, al n-lea număr Pisano sau P_n reprezintă lungimea perioadei de resturi modulo n ale numerelor Fibonacci care se repetă.
Exemplu: P_3 este egal cu 8 pentru că valorile resturilor modulo 3 ale numerelor Fibonacci sunt: 0, 1, 1, 2, 0, 2, 2, 1, 0, 1, 1, 2, 0, 2, 2, 1 (…), deci lungimea secvenţei care se repetă, şi anume [0, 1, 1, 2, 0, 2, 2, 1], este 8.
Primele 25 numere Pisano (secvenţa A001175 în OEIS): 1, 3, 8, 6, 20, 24, 16, 12, 24, 60, 10, 24, 28, 48, 40, 24, 36, 24, 18, 60, 16, 30, 48, 24, 100.
Proprietăţi: Numerele Pisano, pentru n > 2, sunt pare; se poate demonstra cu ajutorul aşa-numitei identităţi a lui Cassini privind numerele Fibonacci: F_{n-1}*F_{n+1} – F_n^2 = (-1)^n. De asemenea se poate demonstra că $P_n \leq 6*n$ ($P_n = 6*n$ dacă şi numai dacă n este de forma 2*5^k, unde k ≥ 1).
Comentariu: Denumirea acestor numere provine de la Leonardo Pisano, matematicianul cunoscut sub numele de Fibonacci. Existenţa acestei proprietăţi a numerelor Fibonacci a fost remarcată de Lagrange.
Referinţe:

(1) *Pisano period and permutations of matrices*, Noel Patson.

Numere pitagoreice
Definiţie: Triplete de întregi pozitivi [x, y, z] ce satisfac relaţia: x^2 + y^2 = z^2.
Comentariu: Denumirea acestor numere derivă, evident, din binecunoscuta teoremă a lui Pitagora privind triunghiurile dreptunghice.
Definiţie: Dacă a şi b sunt relativ prime (în acest caz unul dintre ele trebuie să fie par iar celălalt impar pentru a satisface relaţiile de mai sus), tripletele pitagoreice se numesc primitive.
Tripletele pitagoreice primitive cu z < 50: [3, 4, 5], [5, 12, 13], [8, 15, 17], [7, 24, 25], [20, 21, 29], [12, 35, 37], [9, 40, 41].
Comentariu: Înainte de descoperirea (de către Euclid) a formulei ce dă soluţia pentru toate tripletele pitagoreice primitive, şi anume [a^2 – b^2, 2*a*b, a^2 + b^2], unde a şi b

sunt întregi pozitivi, a > b, Pitagora găsise soluţiile [2*n, n^2 – 1, n^2 + 1] ce generează un subset de triplete pitagoreice (nu toate primitive). Un alt subset de triplete pitagoreice (de asemenea, nu toate primitive) este [F_m*F_{m+3}, 2*F_{m+1}*F_{m+2}, F_{m+1}^2 + F_{m+2}^2], unde F_m este un număr Fibonacci.
Proprietăţi: Există o infinitate de triplete pitagoreice în care x, y sau z sunt pătrate perfecte (cel mult unul dinte numerele x, y şi z poate fi pătrat perfect în acelaşi triplet). Există o infinitate de triplete pitagoreice în care y = x + 1. Numărul (z – x)*(z – y)/2 este întotdeauna un pătrat perfect; produsul celor mai mici 2 numere din triplet este întotdeauna divizibil cu 12 iar produsul tuturor celor 3 este divizibil cu 60. Unul dintre numerele x, y, y + x sau y – x este divizibil cu 7. Toţi factorii primi ai lui z sunt de forma 4*n + 1. Nu se cunoaşte dacă există două triplete pitagoreice distincte având acelaşi produs; acest lucru ar echivala cu existenţa unei soluţii netriviale la ecuaţia diofantică a*b*(a^4 – b^4) = x*y*(x^4 – y^4).
Notă: Sintagma „numere pitagoreice" este uneori folosită pentru a desemna toate numerele cărora Pitagora le atribuia proprietăţi mistice speciale (numere perfecte, numere amiabile etc.).
Definiţie: Prin sintagma „prime pitagoreice" se înţelege cu totul altceva decât tripletele pitagoreice, şi anume primele de forma 4*n + 1.
Primele 23 prime pitagoreice (secvenţa A002144 în OEIS): 5, 13, 17, 29, 37, 41, 53, 61, 73, 89, 97, 101, 109, 113, 137, 149, 157, 173, 181, 193, 197, 229, 233.
Proprietăţi: Potrivit Teoremei lui Fermat asupra sumei a două pătrate (numită şi Teorema lui Fermat de Crăciun, deoarece acesta a enunţat-o într-o scrisoare către Marin Mersenne datată 25 decembrie 1640), toate numerele prime de această formă se pot scrie ca suma a două pătrate (niciun prim de forma 4*n + 3 nu se poate scrie ca suma a două pătrate). Potrivit legii reciprocităţii a lui Gauss, dacă cel puţin unul dintre primele impare p şi q este de forma 4*n + 1, atunci ori relaţiile x^2 ≡ p (mod q) respectiv x^2 ≡ q (mod p) au ambele soluţii, ori niciuna nu are soluţii (dacă p şi q sunt ambele de forma 4*n + 3, una dintre ecuaţii admite soluţii dacă şi numai dacă cealaltă nu admite).
Referinţe:

(1) *On the enumeration of Pythagorean triples having a fixed base lenght*, M.A. Nyblom.

Numere platoniciene
(vezi şi Numere cubice; Numere poligonale)
Definiţie: Numerele platoniciene sunt: numerele tetraedrale, octaedrale, cubice, icosaedrale şi dodecaedrale, corespunzând celor 5 solide platoniciene (poliedre convexe regulate).
Notă: Numerele platoniciene sunt o subclasă a numerelor poliedrale, subclasă la rândul său a aşa numitelor numere figurative.
Formula numerelor tetraedrale: n*(n + 1)*(n + 2)/6.
Primele 20 numere tetraedrale (secvenţa A000292 în OEIS): 0, 1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 120, 165, 220, 286, 364, 455, 560, 680, 816, 969, 1140, 1330.
Formula numerelor octaedrale: (2*n^3 + n)/3.
Primele 20 numere octaedrale (secvenţa A005900 în OEIS): 0, 1, 6, 19, 44, 85, 146, 231, 344, 489, 670, 891, 1156, 1469, 1834, 2255, 2736, 3281, 3894, 4579.
Comentariu: Matematicianul britanic Frederick Pollock a conjecturat (conjectură încă nedemonstrată) că orice număr natural se poate scrie ca suma a cel mult 7 numere octaedrale.
Referinţe:

(1) *On certain diophantine equations related to triangular and tetrahedral numbers*, Maciej Ulas.

Numere poligonale
(vezi şi Numere pătratice; Numere platoniciene; Numere triunghiulare)
Definiţie: Numerele de forma N = ((k^2*(n – 2) – k*(n – 4))/2, unde n este numărul de laturi ale unui poligon regulat, se numesc numere n-poligonale. Acestea sunt numerele triunghiulare, pătratice, pentagonale, hexagonale ş.a.m.d.
Notă: Numerele poligonale sunt o subclasă a aşa numitelor numere figurative, numere ce se construiesc pe baza dispunerii regulate în spaţiu (în cazul numerelor poligonale, în plan) a unor puncte situate la distanţe egale.
Primele 22 numere pentagonale (secvenţa A000326 în OEIS): 0, 1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, 117, 145, 176, 210, 247, 287, 330, 376, 425, 477, 532, 590, 651.
Primele 22 numere hexagonale (secvenţa A000384 în OEIS): 0, 1, 6, 15, 28, 45, 66, 91, 120, 153, 190, 231, 276, 325, 378, 435, 496, 561, 630, 703, 780, 861.
Notă: Alte numere poligonale sunt exemplificate în OEIS, de la secvenţa A051865 până la secvenţa A051876.
Comentariu: Fermat a conjecturat în anul 1638 că orice întreg pozitiv se poate scrie ca suma a cel mult trei numere triunghiulare, a cel mult patru numere pătratice, în sfârşit, ca suma a n numere n-poligonale. Gauss a demonstrat în secolul XVIII cazul numerelor triunghiulare; o consecinţă a acestuia, relevată de Legendre, este că orice număr de forma 8*m + 3 se poate scrie ca suma a trei pătrate impare. Cazul numerelor pătratice a fost demonstrat în acelaşi secol XVIII, independent, de către matematicianul german Jacobi şi de către Lagrange. În 1813, inginerul şi matematicianul francez Cauchy a demonstrat pe de-a-ntregul Teorema lui Fermat a numerelor poligonale.
Referinţe:
(1) *Polygonal numbers*, Daniela Betancourt şi Timothy Park;
(2) *On repdigit polygonal numbers*, Mike Keith;
(3) *Polygonal numbers and finite calculus*, Elliot Forhan.

Numere politicoase
Definiţie: Numerele întregi pozitive ce pot fi exprimate ca suma a două sau mai multe numere întregi pozitive consecutive.
Notă: Numerele ce nu sunt politicoase se numesc numere nepoliticoase (*„impolite numbers”*).
Primele 27 numere politicoase (secvenţa A138591 în OEIS): 1, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31.

Numere potrivite
Definiţie: Numerele întregi pozitive n cu proprietatea că orice întreg exprimabil într-un singur fel ca x^2 ± n*y^2, unde x este relativ prim cu n şi cu y, este prim, putere de prim, prim multiplicat cu 2 sau putere de prim multiplicată cu 2.
Notă: Gauss şi Euler au descoperit 65 de astfel de „numere potrivite” (*„numeri idonei”* în latină).
Cele 65 numere potrivite (secvenţa A000926 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 18, 21, 22, 24, 25, 28, 30, 33, 37, 40, 42, 45, 48, 57, 58, 60, 70, 72, 78, 85, 88, 93, 102, 105, 112, 120, 130, 133, 165, 168, 177, 190, 210, 232, 240, 253, 273, 280, 312, 330, 345, 357, 385, 408, 462, 520, 760, 840, 1320, 1365, 1848.
Comentariu: S-a demonstrat (Sarvadaman Chowla, 1934) că mulţimea acestor numere este finită iar ulterior (P.J. Weinberger, 1973) că mai poate exista cel mult un singur

astfel de număr în afara celor 65 cunoscute (în plus acesta ar trebui să fie liber de pătrate – 37 dintre numerele potrivite cunoscute sunt libere de pătrate); în sfârşit, dacă acesta există, nu poate fi mai mic decât 10^8.
Definiţii echivalente:
(i) Un întreg pozitiv n este număr potrivit dacă şi numai dacă nu poate fi scris ca a*b + b*c + a*c, unde a, b şi c întregi pozitivi distincţi (Eric Rains).
(ii) Dacă a şi b sunt întregi diferite de 0 sau 1 şi un număr n poate fi exprimat într-un singur fel ca a*x^2 + b*y^2 cu a*x şi b*y relativ prime, atunci n este de forma p, 2*p sau 2^k, unde p este prim; mai mult, dacă n este impar şi poate fi exprimat într-un singur fel astfel, atunci n este prim (Winfried Scharlau şi Hans Opolka).
Referinţe:

1. *An illustration of a paradox about idoneal, or suitable, numbers*, Leonhard Euler;
2. *An easy method for finding many very large prime numbers*, Leonhard Euler;
3. *Euler's idoneal numbers and an inequality concerning minimal graphs with a prescribed number of spanning trees*, Jernej Azarija şi Riste Škrekovski.

Numere Poulet
(vezi şi Pseudoprime Fermat)
Notă: Numerele Poulet mai sunt uneori numite şi numere Sarrus. Cele două denumiri se datorează matematicianului francez din secolul XIX Pierre Frédéric Sarrus şi lui Paul Poulet, ce a publicat în 1938 o listă de astfel de numere.
Definiţie: Numerele compuse n care satisfac relaţia a^(n – 1) ≡ 1(mod n) pentru orice întreg a coprim cu n se mai numesc şi pseudoprime Fermat absolute (sau numere Carmichael); ele sunt singurele numere compuse ce satisfac relaţia arătată (Mica Teoremă a lui Fermat arată că toate numerele prime n satisfac această relaţie pentru orice a) pentru orice întreg a (numit bază); numerele compuse ce satisfac această relaţie pentru un anumit a se numesc pseudoprime Fermat relative de bază a. Pseudoprimele Fermat relative de bază 2 se mai numesc numere Poulet; deci acestea sunt numerele compuse n ce satisfac relaţia 2^(n – 1) ≡ 1(mod n), sau, altfel formulat, n divide 2^n – 2.
Primele 16 numere Poulet (secvenţa A001567 în OEIS): 341, 561, 645, 1105, 1387, 1729, 1905, 2047, 2465, 2701, 2821, 3277, 4033, 4369, 4371, 4681.
Teorema lui Rotkiewicz: Pentru orice n, n > 19, există un număr Poulet între n şi n^2 (teorema a fost demonstrată în 1965 de către matematicianul polonez Andrzej Rotkiewitz).
Proprietăţi: Există o infinitate de numere Poulet.
Notă: Potrivit definiţiei standard a pseudoprimelor Fermat, numerele Poulet pot fi doar impare (cele pare nu ar fi coprime cu baza 2); unele definiţii însă nu impun condiţia de primalitate: în acest caz, primul pseudoprim Fermat relativ de bază 2 par ar fi numărul 161038, descoperit în 1950 de către matematicianul american Derrick Henry Lehmer.
Referinţe:

1. *On even pseudoprimes*, A. Rotkiewicz şi K. Ziemak;
2. *Overpseudoprimes, and Mersenne and Fermat numbers as primover numbers*, Vladimir Shevelev *et al.*

Numere practice
(vezi şi Numere perfecte; Numere extrem compuse; Numere primoriale)
Definiţie: Numere întregi pozitive n pentru care orice k ≤ σ(n), unde k este întreg pozitiv, se poate scrie ca suma unor divizori distincţi ai lui n.
Notă: Funcţia divizor, notată sigma(n) sau σ(n), reprezintă suma divizorilor întregului pozitiv n.

Primele 22 numere practice (secvenţa A005153 în OEIS): 1, 2, 4, 6, 8, 12, 16, 18, 20, 24, 28, 30, 32, 36, 40, 42, 48, 54, 56, 60, 64, 66, 72, 78, 80, 84, 88.
Proprietăţi: Puterile lui 2, numerele perfecte pare, numerele extrem compuse şi numerele primoriale sunt numere practice; de asemenea, numărul 2^(m – 1)*(2^m – 1) este număr practic pentru orice m > 1.
Comentariu: Numerele practice au fost pentru prima oară studiate de A.K. Srinivasan (căruia i se datorează şi denumirea lor, ce datează din 1948).
Referinţe:

(1) *On two conjectures about practical numbers*, Giuseppe Melfi;
(2) *A survey on practical numbers*, Giuseppe Melfi.

Numere prietenoase
Definiţie: Numere naturale care au următoarea proprietate: mai există şi alte numere naturale (cel puţin încă unul – caz în care cele două numere se numesc pereche de numere prietenoase) cu aceeaşi valoare a raportului dintre suma divizorilor numărului şi numărul însuşi.
Notă: Numerele naturale ce nu au această proprietate se numesc numere solitare.
Primele 23 numere prietenoase cunoscute (secvenţa A074902 în OEIS): 6, 12, 24, 28, 30, 40, 42, 56, 60, 66, 78, 80, 84, 96, 102, 108, 114, 120, 132, 135, 138, 140, 150.
Comentariu: Un exemplu de pereche de numere prietenoase este [4320, 4680] la care raportul dintre suma divizorilor numărului şi numărul însuşi este egal cu 7/2. Un exemplu de triplet prietenos este [4320, 4680, 26208]. Despre unele numere este uşor de demonstrat că sunt solitare (numerele naturale până la 5 inclusiv sunt toate solitare), despre altele nu se cunoaşte dacă sunt prietenoase sau solitare. Nu se ştie dacă există o infinitate de numere naturale cu aceeaşi valoare a raportului dintre suma divizorilor numărului şi numărul însuşi, cu alte cuvinte dacă există o infinitate de numere prietenoase între ele, un „club” cu un infinit de membri. Numerele perfecte formează un club de numere prietenoase şi se presupune că numărul acestora este infinit, dar nu s-a demonstrat încă. Actualmente sunt cunoscute 47 de numere perfecte (cel mai mare dintre ele având mai mult de 25 milioane de cifre). Clubul de numere prietenoase având valoarea raportului dintre suma divizorilor numărului şi număr egală cu 9 are în jur de 2000 de membri cunoscuţi.

Numere prietenoase Smarandache
Definiţie: Clasa acestor numere cuprinde perechile de numere naturale [p, q], unde p < q, cu proprietatea că produsul p*q este egal cu suma tuturor numerelor naturale de la p (inclusiv) la q (inclusiv).
Exemplu: 3*6 = 3 + 4 + 5 + 6.
Primele 4 astfel de perechi: [1, 1], [3, 6], [15, 35], [85, 204].
Comentariu: Există o infinitate de astfel de perechi: dacă [m, n] este o astfel de pereche, atunci şi [2*n + m, 5*n + 2*m – 1] va fi.
Definiţie: Se numesc prime prietenoase Smarandache, uneori şi SFPP (abreviere de la *„Smarandache friendly prime pair”*), perechile de prime [p, q], unde p < q, cu proprietatea că produsul p*q este egal cu suma tuturor primelor de la p (inclusiv) la q (inclusiv).
Exemplu: 7*53 = 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 + 29 + 31 + 37 + 43 + 47 + 53.
Comentariu: Se cunosc doar 5 astfel de perechi de prime *(secvenţa A176914 în OEIS)*: [2, 5], [3, 13], [5, 31], [7, 53] şi [3536123, 128541727], descoperite de matematicienii Philip Gibbs şi Felice Russo. Nu se ştie dacă există sau nu o infinitate de astfel de perechi.

Referințe:

(1) *A fifth Smarandache friendly prime pair*, Philip Gibbs;
(2) *On a problem concerning the Smarandache friendly prime pairs*, Felice Russo.

Numere prime

Definiție: Numerele întregi pozitive ce au doar doi divizori (numărul 1 şi numărul însuşi). Majoritatea matematicienilor contemporani nu îl consideră pe 1 prim, acesta având un singur divizor, pe el însuşi; există, însă, şi adepţi ai primalităţii lui 1.

Primele 26 numere prime (secvenţa A000040 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101.

Comentariu: Cel mai mare număr prim cunoscut a fost descoperit în cadrul proiectului GIMPS (Great Internet Mersenne Prime Search) şi este un prim Mersenne având 12978189 cifre: 2^43112609 – 1. El este urmat în clasamentul celor mai mari zece prime cunoscute de încă 8 prime Mersenne şi un prim Proth.

Teoreme consacrate privind numerele prime:

(1) Prima Teoremă a lui Euclid: Dacă p este prim şi p divide a*b, atunci p îl divide pe a sau p îl divide pe b (Teorema fundamentală a aritmeticii este un corolar al acestei teoreme).

(2) A doua Teoremă a lui Euclid: Există o infinitate de numere prime.

(3) Teorema fundamentală a aritmeticii: orice întreg pozitiv poate fi descompus în factori primi într-un unic fel.

(4) Mica Teoremă a lui Fermat: Pentru orice număr prim p şi orice număr natural n coprim cu p, avem relaţia n^(p – 1) ≡ 1 mod p (cu alte cuvinte p divide n^p – n pentru orice n natural şi p prim). Reciproca nu este adevărată; numerele p ce nu sunt prime care satisfac această relaţie pentru un anumit n se numesc pseudoprime Fermat în baza n iar cele care satisfac această relaţie pentru orice n se numesc pseudoprime Fermat absolute.

(5) Teorema lui Fermat de Crăciun: Toate numerele prime de forma 4*n + 1 se pot scrie ca suma a două pătrate (niciun număr prim de forma 4*n + 3 nu se poate scrie astfel).

(6) Teorema Bertrand-Chebyshev: Există întotdeauna cel puţin un număr prim între numerele n şi 2*n.

(7) Teorema lui Dirichlet: Pentru orice numere întregi a şi b există un infinit de numere prime de forma a + n*b (cu alte cuvinte există un infinit de termeni primi în progresia aritmetică a, a + b, a + 2*b, …).

(8) Teorema lui Vinogradov: Orice număr impar suficient de mare se poate scrie ca suma a trei numere prime. Conjectura este demonstrată de Vinogradov în anii '30 ai secolului XX. În 1989 matematicienii chinezi J.R. Chen şi T.Z. Wang au arătat că numărul e suficient să fie mai mare decât 10^43000.

(9) Teorema Green-Tao: Există progresii aritmetice arbitrar de lungi având ca termeni doar numere prime (cu alte cuvinte pot avea k termeni, unde k poate avea orice valoare, dar nu sunt infinit de lungi).

Problemele lui Landau (matematicianul german Edmund Landau a atras atenţia asupra a 4 probleme nerezolvate privind numerele prime la Congresul internaţional al matematicienilor din 1912; acestea sunt nerezolvate până în prezent):

(1) Conjectura lui Goldbach: Orice număr par mai mare decât 4 se poate scrie ca suma a două numere prime. Conjectura este nedemonstrată de la jumătatea secolului XVIII până în prezent. Matematicianul chinez Jing Run Chen s-a apropiat cel mai mult, demonstrând în 1966 că orice număr par suficient de mare poate fi scris ca suma dintre un număr prim şi un număr ce este fie prim fie semiprim (tot acesta a demonstrat că orice număr par se poate scrie ca diferenţa a două numere prime).

(2) Conjectura primelor gemene: Există o infinitate de numere prime gemene.
(3) Conjectura lui Legendre: Există întotdeauna cel puţin un număr prim între două pătrate consecutive.
(4) Există o infinitate de prime de forma n^2 + 1, unde n natural. Matematicianul polonez Henryk Iwaniec a demonstrat că există o infinitate de numere de forma n^2 + 1 cu cel mult doi factori primi. S-a demonstrat de asemenea că există o infinitate de numere prime de forma m^2 + n^2, de forma m^2 + n^4 şi de forma m^2 + n^2 + 1.
Alte conjecturi consacrate (nedemonstrate) privind numerele prime:
(1) Conjectura lui Oppermann: Pentru orice număr întreg n, n > 1, există cel puţin un număr prim între n^2 – n şi n^2; de asemenea, există cel puţin un prim între n^2 şi n^2 + n.
(2) Conjectura lui Andrica: Dacă p şi q sunt două prime succesive, p < q, atunci q^(1/2) – p^(1/2) < 1, sau, altfel exprimat, q – p < 2*p^(1/2) + 1.
(3) Conjectura lui Brocard: Există cel puţin patru numere prime între pătratele a două prime impare consecutive.
(4) Conjectura lui de Polignac: Pentru orice număr pozitiv par k există un infinit de perechi de prime consecutive p şi q astfel încât p – q = k. Conjectura aparţine matematicianului francez Alphonse de Polignac şi datează din anul 1849. Cazul particular k = 2 al conjecturii se numeşte Conjectura primelor gemene.
(5) Conjectura Hardy-Littlewood (mai denumită şi a doua conjectură H.-L.): Dacă pi(x) respectiv pi(y) reprezintă numărul de prime mai mici sau egale cu x, respectiv cu y, iar pi(x + y) reprezintă numărul de prime mai mici sau egale cu x + y, atunci pi(x + y) ≤ pi(x) + pi(y), unde x, y ≥ 2. Conjectura este considerată în general neadevărată, dar cel mai mic contraexemplu este de aşteptat să fie găsit pentru un x mai mare de 10^174.
(6) Conjectura lui Dickson: Pentru un set finit de polinoame de gradul întâi $a_1 + x*b_1$, $a_2 + x*b_2$,…, $a_k + x*b_k$, cu $b_i \geq 1$, unde $1 \leq i \leq k$, există o infinitate de numere întregi pozitive x pentru care acestea sunt prime. Un caz particular al acestei conjecturi îl reprezintă Teorema lui Dirichlet, conform căreia, dacă a şi b sunt numere întregi pozitive coprime, atunci există o infinitate de numere prime de forma a + b*n, unde n ≥ 0. Alte cazuri speciale ale conjecturii sunt Conjectura primelor gemene sau conjectura ce stipulează că există o infinitate de prime Sophie Germain. În sfârşit, problema existenţei unei infinităţi de numere Chernick este şi ea un subcaz al acestei conjecturi.
(7) Conjectura lui Bunyakovsky: Un polinom f(x) cu o singură variabilă x, cu coeficienţi întregi, va avea un infinit de valori prime pentru valori întregi ale lui x, dacă îndeplineşte trei condiţii: coeficientul primului termen al polinomului este pozitiv, polinomul este ireductibil şi, oricare ar fi valorile lui x, valorile lui f(x) sunt coprime.
(8) Există un număr finit de prime Fermat (conjectura aparţine matematicienilor britanici Hardy şi Wright).
Referinţe:
1. *The set of primes*, Gérard P. Michon;
2. *Is there a greater role for prime numbers in our schools?*, Grant Cairns;
3. *Arguments for and against the primality of 1.*

Numere primitive
(vezi şi Prime absolute)
Definiţie: Un număr primitiv este numărul natural cu proprietatea că numărul de prime obţinut prin permutarea cifrelor sale este mai mare decât numărul de prime obţinut prin această operaţie din orice număr natural mai mic.
Exemplu: Numărul 1379 este un număr primitiv deoarece prin permutarea cifrelor sale se obţin 31 de prime, mai multe decât prin permutarea cifrelor oricărui număr mai mic;

acestea sunt: 3, 7, 13, 17, 19, 31, 37, 71, 73, 79, 97, 137, 139, 173, 179, 193, 197, 317, 379, 387, 719, 739, 937, 971, 1973, 3719, 3917, 7193, 9137, 9173, 9371.
Primele 18 numere primitive (secvenţa A072857 în OEIS): 1, 2, 13, 37, 107, 113, 137, 1013, 1037, 1079, 1237, 1367, 1379, 10079, 10123, 10136, 10139, 10237.
Definiţie: Un număr primitiv poate fi compus; numerele primitive ce sunt totodată şi prime se numesc prime primitive.
Primele 16 prime primitive (secvenţa A119535 în OEIS): 2, 13, 37, 107, 113, 137, 1013, 1237, 1367, 10079, 10139, 12379, 13679, 100279, 100379, 123479.
Notă: Aceste numere au fost pentru prima oară definite de matematicianul american Mike Keith, acelaşi care a definit şi numerele repfigit (denumite şi numere Keith).
Referinţe:

(1) *Primeval numbers. Integers containing many embedded primes*, Mike Keith.

Numere primoriale
(vezi şi Numere compozitoriale; Numere extrem compuse; Numere Euclid; Numere slab totiente, Prime Smarandache)
Notă: Funcţia primorial reprezintă un produs de prime, începând cu primul număr prim, 2. Este întâlnită însă cu două definiţii diferite şi, pentru a distinge între ele, unele surse definesc într-un fel primorialul unui număr natural n şi în alt fel al n-lea număr primorial.
Definiţie (1): Al n-lea număr primorial este produsul primelor n prime (se notează $p_n\#$).
Definiţie (2): Primorialul unui număr natural n (se notează n#) este produsul tuturor primelor mai mici sau egale cu n.
Primele 13 numere primoriale (secvenţa A002110 în OEIS): 1, 2, 6, 30, 210, 2310, 30030, 510510, 9699690, 223092870, 6469693230, 200560490130, 7420738134810.
Notă: $p_0\#$ este prin convenţie (sau justificat prin conceptul de *„empty product”*) egal cu 1.
Primorialele primelor 19 numere naturale (secvenţa A034386 în OEIS): 1, 1, 2, 6, 6, 30, 30, 210, 210, 210, 210, 2310, 2310, 30030, 30030, 30030, 30030, 510510, 510510.
Notă: Denumirea *„primorial”* îi este atribuită lui Harvey Dubner, un inginer din SUA cunoscut pentru contribuţiile sale în descoperirea de numere prime mari.
Proprietăţi: Primorialele sunt foarte importante în studiul primelor aflate în progresie aritmetică; de asemenea, orice număr extrem compus este un produs de numere primoriale, iar matematicienii D.W. Masser şi P. Shiu au descoperit o relaţie interesantă între produsele dintre un prim şi un primorial şi numerele slab totiente.
Definiţie: Numerele prime de forma $p_n\# \pm 1$, unde $p_n\#$ este produsul primelor n prime, se numesc prime primoriale.
Primele 7 prime primoriale de forma $p_n\# + 1$ *(secvenţa A034386 în OEIS)*: 2, 3, 7, 31, 211, 2311, 200560490131.
Notă: Nu se ştie dacă numărul primelor primoriale este infinit.
Comentariu: Primele de acest tip se mai numesc prime de tip PPS, abreviere de la *Smarandache Prime Product Sequence*. Programele *PrimeGrid, Open PFGW* ş.a. conduc o căutare a primelor primoriale. Cel mai mare prim cunoscut de forma $p_n\# - 1$ este 1098133# – 1 (un număr cu peste 450000 cifre), iar cel mai mare prim cunoscut de forma $p_n\# + 1$ este 392113# + 1 (un număr cu peste 150000 cifre).
Referinţe:

(1) *Claims on primorial primes*, Turker Ozsari;
(2) *Proofs regarding primorial patterns*, Dennis R. Martin;
(3) *On the primality of n! ± 1 and n#* ± 1, Chris K. Caldwell şi Yves Gallot.

Numere Proth

(vezi Numere Cullen, Numere Fermat, Numere Sierpiński)

Definiţie: Numerele de forma $k*2^n + 1$, unde k este impar, n întreg pozitiv iar $k < 2^n$.

Primele 24 numere Proth (secvenţa A080075 în OEIS): 3, 5, 9, 13, 17, 25, 33, 41, 49, 57, 65, 81, 97, 113, 129, 145, 161, 177, 193, 209, 225, 241, 257, 289.

Comentariu: Clasa numerelor Fermat este un subset al clasei numerelor Proth. Pentru k = n obţinem clasa numerelor Cullen, alt subset al clasei numerelor Proth. Numerele Sierpiński de ordinul doi sunt şi ele un subset al numerelor Proth.

Definiţie: Un prim Proth este un număr Proth ce este totodată şi prim.

Primele 21 prime Proth (secvenţa A080076 în OEIS): 3, 5, 13, 17, 41, 97, 113, 193, 241, 257, 353, 449, 577, 641, 673, 769, 929, 1153, 1217, 1409, 1601.

Comentariu: Primalitatea numerelor Proth se poate testa datorită Teoremei lui Proth care stipulează că un număr Proth p este prim dacă şi numai dacă există un întreg m ce satisface relaţia $m^{(p-1)/2} \equiv -1 \pmod p$. Cel mai mare prim Proth cunoscut a fost descoperit în 2010 în cadrul programului Prime Grid (mai precis în cadrul proiectului *Seventeen or Bust* dedicat rezolvării problemei Sierpiński) şi este $19249*2^{13018586} + 1$; el este al zecelea în topul celor mai mari prime cunoscute, devansat de nouă prime Mersenne.

Notă: Denumirea acestor numere se datorează fermierului francez din secolul XIX François Proth, matematician autodidact.

Referinţe:

(1) *Deterministic primality proving on Proth numbers*, Tsz-Wo Sze;
(2) *Large Proth primes*, Curtis Cooper.

Numere pseudoperfecte

(vezi şi Numere ciudate; Numere Ore; Numere perfecte; Numere practice)

Definiţie: Un număr n se numeşte pseudoperfect (sau semiperfect) dacă este egal cu suma unora dintre divizorii săi alicoţi (divizorii pozitivi ai lui n, exceptându-l pe n însuşi).

Notă: În cazul particular când n este egal cu suma tuturor divizorilor săi alicoţi, obţinem o clasă echivalentă cu cea a numerelor perfecte.

Exemplu: 20 este pseudoperfect deoarece divizorii săi alicoţi sunt 1, 2, 4, 5, 10 iar 20 = 1 + 4 + 5 + 10.

Primele 25 numere pseudoperfecte (secvenţa A005835 în OEIS): 6, 12, 18, 20, 24, 28, 30, 36, 40, 42, 48, 54, 56, 60, 66, 72, 78, 80, 84, 88, 90, 96, 100, 102, 104.

Proprietăţi: Orice multiplu al unui număr pseudoperfect este un număr pseudoperfect. Niciun număr nu poate fi totodată deficient şi pseudoperfect (prin urmare, un număr pseudoperfect poate fi doar abundent sau perfect); dimpotrivă, puţinele numere abundente care nu sunt totodată şi pseudoperfecte se numesc „numere ciudate". Orice număr practic ce nu este o putere a lui 2 este număr pseudoperfect. Orice număr de forma 2^m*p, unde m întreg, $m \geq 1$, iar p prim, $2^m < p < 2^{(m + 1)}$, este de asemenea pseudoperfect. Cel mai mic număr pseudoperfect impar este 945, al 233-lea număr pseudoperfect.

Definiţie: Un număr pseudoperfect se numeşte pseudoperfect primitiv (sau pseudoperfect ireductibil) dacă nu este divizibil cu niciun număr pseudoperfect mai mic.

Primele 20 numere pseudoperfecte primitive (secvenţa A006036 în OEIS): 6, 20, 28, 88, 104, 272, 304, 350, 368, 464, 490, 496, 550, 572, 650, 748, 770, 910, 945, 1184.

Proprietăţi: Există un infinit de numere pseudoperfecte primitive; de asemenea un infinit de astfel de numere impare; în sfârşit, există un infinit de astfel de numere ce nu sunt numere Ore.

Referinţe:

(1) *On weird and pseudoperfect numbers*, S.J. Benkoski şi P. Erdös.

Numere pseudoprime

Definiţie: Numerele pseudoprime sunt numerele compuse ce au o anumită proprietate comună cu toate numerele prime; astfel, de exemplu, toate numerele prime satisfac Mica Teoremă a lui Fermat, dar, în afara acestora, sunt şi unele numere compuse ce satisfac această teoremă; acestea se numesc pseudoprime Fermat. Analog, în funcţie de proprietatea împărtăşită cu numerele prime, se definesc pseudoprimele Catalan, pseudoprimele Cipolla, pseudoprimele Euler, pseudoprimele Fibonacci ş.a.m.d.
Notă: Când denumirea de pseudoprime este întâlnită în lucrări fără altă specificaţie, sensul subînţeles al noţiunii este acela de pseudoprime Fermat.

Numere pseudo-Smarandache

Definiţie: Cele mai mici numere naturale k astfel încât 1 + 2 +…+ k este divizibil cu n, relaţie echivalentă cu k*(k + 1)/2 divizibil cu n.
Primele 29 numere pseudo-Smarandache (secvenţa A011772 în OEIS): 1, 3, 2, 7, 4, 3, 6, 15, 8, 4, 10, 8, 12, 7, 5, 31, 16, 8, 18, 15, 6, 11, 22, 15, 24, 12, 26, 7, 28.
Comentariu: Funcţia ce generează aceste numere se numeşte funcţia pseudo-Smarandache.
Notă: Funcţia ce generează cele mai mici numere naturale k astfel încât 1^2 + 2^2 +…+ k^2 este divizibil cu n, relaţie echivalentă cu k*(k + 1)*(2*k + 1)/6 divizibil cu n, se numeşte funcţia pseudo-Smarandache de tipul întâi.
Notă: Funcţia ce generează cele mai mici numere naturale k astfel încât 1^3 + 2^3 +…+ k^3 este divizibil cu n, relaţie echivalentă cu k^2*(k + 1)^2/4 divizibil cu n, se numeşte funcţia pseudo-Smarandache de tipul doi.
Referinţe:

(1) *The pseudo-Smarandache function*, David Gorski;
(2) *Pseudo-Smarandache functions of first and second kind*, A.S. Muktibodh şi S.T. Radhod.

Numere puternice

(vezi şi Numere Ahile; Numere Armstrong; Prime Wieferich)
Notă: Sintagma *„powerful numbers”* desemnează, în diverse surse, trei noţiuni disticte, astfel încât vom da trei definiţii pentru cele trei clase de numere desemnate astfel.
Definiţie (1): Un număr puternic este un întreg pozitiv cu proprietatea că, dacă este divizibil cu numărul prim p, atunci este divizibil şi cu p^2, cu alte cuvinte toţi factorii săi primi sunt cel puţin la puterea a doua.
Primele 24 numere puternice în sensul acestei definiţii (secvenţa A001694 în OEIS): 1, 4, 8, 9, 16, 25, 27, 32, 36, 49, 64, 72, 81, 100, 108, 121, 125, 128, 144, 169, 196, 200, 216, 225.
Comentariu: Aceste numere au fost studiate de Paul Erdős şi George Szekeres şi îşi datorează denumirea lui Solomon W. Golomb.
Proprietăţi: Nu orice număr natural se poate scrie ca suma a două numere puternice, dar orice număr natural suficient de mare se poate scrie ca suma a cel mult trei numere puternice (a conjecturat Erdős şi a demonstrat matematicianul britanic Roger Heath-Brown în 1988). Există o infinitate de perechi de numere puternice consecutive; primele 7 astfel de perechi sunt [8, 9], [288, 289], [675, 676], [9800, 9801], [12167, 12168], [235224, 235225], [332928, 332929] (*secvenţa A060355*). Erdős a conjecturat în 1975

că nu există 3 numere puternice consecutive; această conjectură implică faptul că există un infinit de numere prime non-Wieferich.
Definiţie (2): Numerele ce pot fi scrise ca o sumă de puteri a cifrelor lor (nu în mod necesar aceeaşi putere pentru fiecare cifră).
Primele 25 numere puternice în sensul acestei definiţii (secvenţa A007532 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 24, 43, 63, 89, 132, 135, 153, 175, 209, 224, 226, 262, 264, 267, 283, 332.
Comentariu: Numerele Armstrong (în definirea cărora se cere ca cifrele să fie ridicate toate la aceeaşi putere, aceasta fiind egală cu numărul de cifre al numărului) sunt un subset al numerelor puternice înţelese în sensul acestei din urmă definiţii.
Definiţie (3): Numerele naturale n, având un număr de k cifre, egale cu suma cifrelor lor ridicate la aceeaşi putere, nu neapărat egală cu k.
Primele 21 numere puternice în sensul acestei definiţii (*secvenţa A023052 în OEIS*): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 153, 370, 371, 407, 1634, 4150, 4151, 8208, 9474, 54748, 92727, 93084.
Referinţe:

(1) *Consecutive integer pairs of powerful numbers and related diophantine equations*, David T. Walker;
(2) *On powerful numbers*, R.A. Mollin şi P.G. Walsh;
(3) *On nonsquare powerful numbers*, R.A. Mollin şi P.G. Walsh.

Numere quasi-amiabile
Definiţie: O pereche de numere quasi-amiabile constă din două numere între care există următoarea relaţie: suma divizorilor fiecăruia dintre ele (neconsiderând în acest caz numărul însuşi ca divizor) este egală cu celălalt număr plus 1.
Primele 7 perechi de numere quasi-amiabile indexate după mărimea celui mic termen al perechii (secvenţa A005276 în OEIS): [48, 75], [140, 195], [1050, 1925], [1575, 1648], [2024, 2295], [5775, 6128], [8892, 16587] .
Notă: Numerele quasi-amiabile sunt uneori denumite şi numere logodite.
Referinţe:

(1) *Quasi-amicable numbers are rare*, Paul Pollack;
(2) *Quasi-amicable numbers*, Peter Hagis, Jr. şi Graham Lord.

Numere quasi-Carmichael
(vezi şi Numere Carmichael)
Definiţie: Numere naturale compuse libere de pătrate n cu proprietatea că n – a este divizibil cu p – a pentru orice p factor prim al lui n şi a întreg, a diferit de 0 (pentru că am avea soluţia trivială n divizibil cu p) şi a diferit de 1 (pentru că am avea chiar proprietatea definitorie a numerelor Carmichael, şi anume Criteriul lui Korselt); se numeşte că n sunt numere quasi-Carmichael cu baza a.
Primele 13 numere quasi-Carmichael cu baza 2 (secvenţa A029561 în OEIS): 1595, 6785, 53867, 67727, 102377, 296003, 740027, 961877, 998867, 1048817, 1270055, 1365377, 4086227.
Primele 13 numere quasi-Carmichael cu baza -2 (secvenţa A029562 în OEIS): 598, 3913, 11590, 32578, 91078, 95170, 154843, 179998, 301273, 317623, 668743, 1742830, 1806673.
Notă: Dacă a este un întreg diferit de 0 atunci aceste numere mai sunt numite şi numere a-Korselt (e.g. numere [-1]-Korselt, numere 1-Korselt, numere 2-Korselt, numere 3-Korselt) de către unii matematicieni (Kais Bouallegue, Othman Echi, Richard Pinch). Numerele Carmichael corespund deci (potrivit acestei denumiri) cu numele 1-Korselt,

fiind definite prin proprietatea că, oricare ar fi p factor prim al unui număr Carmichael C, atunci p – 1 divide C – 1. O întrebare la care nu s-a răspuns încă este dacă există sau nu un număr Carmichael cu proprietatea că p + 1 divide C + 1, cu alte cuvinte un număr în acelaşi timp [-1]-Korselt şi 1-Korselt; ca o generalizare a acestei probleme, matematicianul tunisian Othman Echi a denumit numerele ce sunt deopotrivă [-a]-Korselt şi a-Korselt numere Williams (după matematicianul canadian Hugh C. Williams, ce a studiat acest tip de numere) şi a demonstrat că există astfel de numere.
Referinţe:
(1) *Williams numbers*, Othman Echi.

Numere quasi-perfecte
(vezi şi Numere aproape perfecte; Numere perfecte)
Definiţie: Un număr natural n este quasi-perfect dacă are proprietatea că 2*n + 1 = σ(n).
Primele 28 valori ale funcţiei divizor sigma(n) (secvenţa A000203 în OEIS): 1, 3, 4, 7, 6, 12, 8, 15, 13, 18, 12, 28, 14, 24, 24, 31, 18, 39, 20, 42, 32, 36, 24, 60, 31, 42, 40, 56.
Comentariu: Nu se cunoaşte dacă există astfel de numere dar, dacă ar exista, ar trebui să îndeplinească următoarele criterii: să fie pătrate perfecte, să fie mai mari decât 10^35 şi să aibă mai mult de 7 factori primi distincţi.
Referinţe:
(1) *Some results concerning quasiperfect numbers*, Peter Hagis, Jr. şi Grame Cohen;
(2) *Quasiperfect numbers*, H.L. Abbott *et al.*

Numere rare
(vezi şi Numere reversate)
Definiţie: Numerele non-palindromice n cu proprietatea că R(n) + n şi R(n) – n sunt ambele pătrate perfecte, unde R(n) este reversul lui n.
Exemplu: 65 este un aşa-numit număr rar pentru că 65 + 56 = 11^2 iar 65 – 56 = 3^2.
Primele 9 numere rare (secvenţa A035519 în OEIS): 65, 621770, 281089082, 2022652202, 2042832002, 868591084757, 872546974178, 872568754178, 6979302951885.
Comentariu: Există o infinitate de numere palindromice ce satisfac condiţiile din definiţie, de exemplu seria de numere 242, 20402, 2004002 ş.a.m.d., de aceea nu sunt considerate a face parte din această clasă. Există doar 84 de numere rare mai mici decât 10^20.
Proprietăţi: Numerele rare încep întotdeauna cu o cifră pară; au ultima cifră 0, 2, 3, 7 sau 8; rădăcina lor cifrică este 2, 5, 8 sau 9; numerele rare impare sunt întâlnite mai puţin decât cele pare; la fel numerele rare cu un număr impar de cifre faţă de cele cu un număr par. Nu se ştie dacă există o infinitate de astfel de numere; Shyam Sunder Gupta, cel care a denumit şi studiat aceste numere, a conjecturat că nu există numere rare care să fie totodată şi prime.
Referinţe:
(1) *Fascinating rare numbers*, Shyam Sunder Gupta.

Numere rectangulare
(vezi şi Numere nontotiente)
Definiţie: Aceste numere mai au, pe lângă denumirea de *„rectangular numbers”* , şi denumirile *„pronic numbers”*, *„oblong numbers”* sau *„heteromecic numbers”*.
Definiţie: Numere egale cu produsul a două numere întregi consecutive.
Primele 23 numere rectangulare (secvenţa A002378 în OEIS): 0, 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90, 110, 132, 156, 182, 210, 240, 272, 306, 342, 380, 420, 462, 506.

Notă: Toate numerele rectangulare sunt, evident, pare, deci 2 este singurul număr rectangular prim; el este, de asemenea, singurul număr rectangular Fibonacci şi singurul număr rectangular Lucas.
Proprietăţi: Dat fiind că două numere consecutive sunt relativ prime, numărul factorilor primi ai unui număr rectangular n*(n + 1) va fi egal cu suma numărului de factori primi ai celor două numere consecutive, n şi n + 1.
Referinţe:

(1) *Pronic Fibonacci numbers*, Wayne L. McDaniel.

Numere refactorabile
(vezi şi Numere perfecte)
Notă: Aceste numere mai sunt denumite „numere tau", după numele funcţiei prin care se desemnează de obicei numărul divizorilor unui întreg.
Definiţie: Numere ce sunt divizibile cu τ(n), unde τ(n) este numărul divizorilor lor.
Exemplu: Numărul divizorilor lui 9 este de 3 (1, 3 şi 9), iar 9 este divizibil cu 3, deci este un număr refactorabil.
Primele 23 numere refactorabile (secvenţa A033950 în OEIS): 1, 2, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 40, 56, 60, 72, 80, 84, 88, 96, 104, 108, 128, 132, 136, 152, 156.
Proprietăţi: Nu se cunoaşte nicio pereche de numere refactorabile consecutive [n, n + 1] astfel încât n să fie impar; toate cele cunoscute sunt de forma n par, n + 1 impar: [1, 2], [8, 9], [1520, 1521] ş.a.m.d. *(secvenţa A114617 în OEIS)*. Joshua Zelinsky a demonstrat că nu pot exista 3 numere consecutive refactorabile, ceea ce conjecturase deja Simon Colton, cel ce a demonstrat la rândul său că un număr refactorabil nu poate fi număr perfect.
Comentariu: Aceste numere au fost studiate de matematicienii americani Robert E. Kennedy şi Curtis N. Cooper (ce le-au denumit „numere tau") şi de matematicianul britanic Simon Colton (ce le-a denumit „numere refactorabile").
Referinţe:

(1) *Tau numbers: a partial proof of a conjecture and other results*, Joshua Zelinsky;
(2) *Refactorable numbers: a machine invention*, Simon Colton.

Numere regulate
(vezi şi Numere uniforme)
Definiţie: Numere întregi ce au ca factori primi doar numerele 2, 3 şi 5; algebric formulat, numerele întregi de forma 2^a*3^b*5^c, unde a, b şi c sunt numere întregi non-negative.
Primele 20 numere regulate (secvenţa A051037 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 27, 30, 32, 36.
Notă: Aceste numere se mai numesc şi numere Hamming, după matematicianul american Richard Hamming, ce s-a ocupat cu problema găsirii unui algoritm pentru generarea ordonată a acestor numere. De asemenea, mai sunt denumite şi numere urâte (*„ugly numbers"*). În sfârşit, clasa acestor numere este echivalentă cu clasa numerelor 5-uniforme.
Comentariu: Unele surse definesc în mod generalizat un număr regulat ca fiind numărul întreg al cărui invers se poate reprezenta cu un număr finit de cifre într-o anumită bază; astfel, definiţia de mai sus s-ar aplica sistemului de numeraţie babilonian, în baza 60, iar numerele regulate în baza 10 ar fi numerele de forma 2^a*5^b.
Definiţie: Numerele prime ce se numesc regulate (*„regular primes"*) desemnează cu totul altceva decât numerele regulate descrise (*„regular numbers"*), şi anume primele ce nu divid numărătorul numerelor Bernoulli. Numerele Bernoulli sunt o serie de numere

raţionale cu multe aplicaţii în teoria numerelor. Primele ce nu sunt regulate se numesc neregulate (*„irregular primes”*).
Numărătorul primelor 24 numere Bernoulli (secvenţa A027641 în OEIS): 1, -1, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 5, 0, -691, 0, 7, 0, -3617, 0, 43867, 0, -174611, 0, 854513, 0.
Numitorul primelor 24 numere Bernoulli (secvenţa A027642 în OEIS): 1, 2, 6, 1, 30, 1, 42, 1, 30, 1, 66, 1, 2730, 1, 6, 1, 510, 1, 798, 1, 330, 1, 138, 1.
Primele 25 prime regulate (secvenţa A007703 în OEIS): 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 41, 43, 47, 53, 61, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 107, 109, 113, 127.

Numere repdigit
(vezi şi Numere palindromice, Numere repunit)
Definiţie: Numerele compuse dintr-o singură cifră care se repetă se numesc numere repdigit (*e.g.* 222, 3333, 44).
Notă: Denumirea acestor numere reprezintă prescurtarea sintagmei *„repeated digit”* („cifră care se repetă”).
Proprietăţi: Toate numerele repdigit sunt palindromice; de asemenea toate sunt multipli ai unor numere repunit.
Definiţie: Numerele prime la care toate cifrele se repetă, cu excepţia uneia, se numesc prime aproape repdigit (*„near-repdigit primes”*).
Exemple: Numerele prime 7877 şi 333337.
Primele 20 prime aproape repdigit (secvenţa A164937 în OEIS): 101, 113, 131, 151, 181, 191, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 277, 311, 313, 331, 337, 353, 373, 383.
Definiţie: Numerele prime la care toate cifrele se repetă, cu excepţia a două dintre ele, se numesc prime quasi repdigit (*„quasi-repdigit primes”*).
Exemple: Numerele prime 58889 şi 70003.
Referinţe:
(1) *On repdigits as product of consecutive Fibonacci numbers*, Diego Marques şi Alain Togbé.

Numere repfigit
Definiţie: Numerele repfigit, numite şi numere Keith, sunt numerele naturale n mai mari decât 9, având k cifre, definite astfel: dacă formăm o serie de tip Fibonacci, având ca primii k termeni cifrele lui n, atunci numărul n va aparţine acestei serii.
Exemplu: 197 este un număr repfigit deoarece 1 + 9 + 7 = 17, 9 + 7 + 17 = 33, 7 + 17 + 33 = 57, 17 + 33 + 57 = 107, 33 + 57 + 107 = 197.
Notă: Denumirea acestor numere *„repfigit”* reprezintă prescurtarea sintagmei *„repetitive fibonacci-like digit”* iar denumirea de numere Keith se datorează matematicianului american Mike Keith, cel care a definit, pe lângă aceste numere, şi numerele primitive.
Primele 20 numere repfigit (secvenţa A007629 în OEIS): 14, 19, 28, 47, 61, 75, 197, 742, 1104, 1537, 2208, 2580, 3684, 4788, 7385, 7647, 7909, 31331, 34285, 34348.
Comentariu: Se cunosc până acum doar circa 100 numere repfigit. Nu se ştie dacă există o infinitate de numere repfigit.
Definiţie: Un mănunchi de numere Keith (*„Keith cluster”*) desemnează o mulţime de numere repfigit cu proprietatea că toţi termenii mulţimii sunt multiplii primului termen; se cunosc deocamdată doar 3 astfel de mulţimi: [14, 28], [1104, 2208] şi [31331, 62662, 93993].
Definiţie: Un număr revrepfigit (prescurtare de la sintagma *„reverse replicating fibonacci-like digit”* este un număr n definit similar, cu deosebirea că reversul lui n iar

nu n aparţine seriei (*e.g.* 341 este un astfel de număr pentru că 3 + 4 + 1 = 8, 4 + 1 + 8 = 13, 1 + 8 + 13 = 22, 8 + 13 + 22 = 43, 13 + 22 + 43 = 78, 22 + 43 + 78 = 143).
Referinţe:
(1) *Counting Keith numbers*, Martin Klazar şi Florian Luca.

Numere repunit
(vezi şi Numere Demlo; Numere Smith; Prime circulare; Prime unice)
Definiţie: Numerele ce conţin doar cifra 1. Formula generatoare a unui număr repunit R_n este (10^n – 1)/9.
Notă: Denumirea acestor numere se datorează autorului de cărţi de matematică recreativă Albert H. Beiler.
Definiţie: Numerele repunit ce sunt totodată şi prime se numesc prime repunit.
Numărul de cifre de 1 al celor 5 prime repunite cunoscute (secvenţa A004023 în OEIS): 2, 19, 23, 317, 1031.
Numărul de cifre de 1 al celor 4 probabil prime repunite cunoscute (secvenţa A004023 în OEIS): 49081, 86453, 109297, 270343.
Proprietăţi: Orice număr repunit având un număr de k cifre de 1 este compus dacă numărul k este compus; o condiţie necesară, dar nu şi suficientă, pentru ca un repunit să fie prim este ca numărul cifrelor sale să fie prim.

Numere reversate
(vezi şi Numere palindromice; Numere Lychrel)
Definiţie: Reversul R(n) al unui număr întreg n este numărul alcătuit din aceleaşi cifre ca n, reversate (de exemplu reversul lui 123 este 321; a nu se confunda cu inversul lui 123 care este numărul raţional 1/123).
Definiţie: Se numesc numere reversate nontriviale numerele întregi ce sunt multipli ai reverselor lor, sub condiţia să nu fie numere palindromice sau numere terminate în cifra 0 (cazuri triviale). Aceste numere au fost studiate încă de la sfârşitul secolului XIX de matematicianul şi avocatul britanic Walter William Rouse Ball. Un exemplu de astfel de număr: 8712 = 4*2178.
Primele 13 numere reversate nontriviale (secvenţa A031877 în OEIS): 1, 8712, 9801, 87912, 98901, 879912, 989901, 8799912, 9899901, 87128712, 87999912, 98019801, 98999901.
Notă: Numere reversate nontriviale pot fi formate din cele anterioare prin concatenare astfel: 87999128799912 = 4*21999782199978 etc.
Comentariu: Alte numere studiate sunt numerele n cu proprietatea că n*R(n) este pătrat perfect, sub condiţia ca n să nu fie palindromic şi să nu fie divizibil cu 10; astfel de numere sunt: 144, 169, 288, 441, 528, 768, 825, 867, 882, 961, 1089, 1584, 2178, 4851, 8712, 9801 etc. (*secvenţa A062917 în OEI*S).

Numere Riesel
(vezi şi Numere Sierpiński; Numere Thabit; Numere Woodall)
Definiţie: Numere impare k astfel încât k*2^n – 1 este compus pentru orice n ≥ 1.
Singurul număr Riesel cunoscut (secvenţa A076337 în OEIS): 509203.
Comentariu: Există o infinitate de astfel de numere (a arătat matematicianul suedez Hans Ivar Riesel în 1956). Problema dacă numărul 509203 (descoperit chiar de Riesel) este într-adevăr cel mai mic astfel de număr sau există altul mai mic se numeşte „Problema Riesel” şi rezolvarea acesteia este în programul proiectului Prime Grid; în iunie 2012 mai rămăseseră de verificat doar 55 de posibile valori ale lui k (pentru care nu fusese găsită încă o valoare primă a lui k*2^n – 1).
Referinţe:

(1) *The Riesel problem: definition and status*, Wilfrid Keller;
(2) *Verifying Sierpińsky and Riesel numbers in ACL2*, John R. Cowles şi Ruben Gamboa.

Numere risipitoare
Definiţie: Numerele ce au proprietatea că suma cifrelor folosite pentru a reda descompunerea lor în factori primi (incluzând exponenţii) este mai mare decât suma cifrelor lor. Numerele ce au proprietatea inversă (suma cifrelor lor e mai mare decât cea a cifrelor folosite pentru a reda descompunerea lor în factori primi) se numesc frugale iar cele pentru care cele două sume sunt egale se numesc echidigitale.
Exemplu: numărul 36 = 2^2*3^2 este risipitor pentru că e nevoie de patru cifre (deci mai mult decât doi, numărul cifrelor lui 36) pentru a reda descompunerea sa în factori primi.
Primele 26 numere risipitoare (secvenţa A046760 în OEIS): 4, 6, 8, 9, 12, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 33, 34, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 45, 46, 48, 50, 51, 52.
Comentariu: Denumirea numerelor frugale se datorează matematicianului Richard Pinch.
Notă: Numerele risipitoare mai sunt cunoscute sub denumirea de numere extravagante.

Numere rotunde
(vezi şi Numere neobişnuite)
Definiţie: Un număr întreg n este denumit rotund dacă nu are niciun factor prim mai mare decât n^(1/2).
Primele 25 numere rotunde (secvenţa A048098 în OEIS): 1, 4, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 25, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48, 49, 50, 54, 56, 60, 63, 64, 70, 72.

Numere Sarrus
(vezi Numere Poulet)

Numere Schröder
(vezi şi Numere Catalan; Numere Delannoy; Numere Motzkin; Numere Narayana)
Definiţie: Numere exprimate prin recurenţă ca S_n egal cu suma dintre S_{n-1} şi produsul S_k*S_{n-k-1}, unde k ia valori de la 0 la n – 1, iar prin funcţia generatoare ca f(x) = ((1 – x – (1 – 6*x + x^2)^(1/2))/(2*x).
Primele 15 numere Schröder (secvenţa A006318 în OEIS): 1, 2, 6, 22, 90, 394, 1806, 8558, 41586, 206098, 1037718, 5293446, 27297738, 142078746, 745387038.
Notă: Aceste numere, denumite după matematicianul german Ernst Schröder, au importanţă în combinatorică. Mai sunt denumite uneori „numere Schroder mari" (*„large Schröder numbers"*) pentru a fi diferenţiate de numerele numite uneori Schröder-Hipparchus, alteori numere super-Catalan, alteori „numere Schroder mici" (*„little Schröder numbers"*).
Definiţie: Numerele Schröder „mici" sunt numerele exprimate prin recurenţă ca S_n = (1/n)*((6*n – 9)*S_{n-1} – (n – 3)*S_{n-2})).
Primele 15 numere Schröder „mici" (secvenţa A001003 în OEIS): 1, 1, 3, 11, 45, 197, 903, 4279, 20793, 103049, 518859, 2646723, 13648869, 71039373, 372693519.
Referinţe:
(1) *Schröder numbers, large and small*, Ira M. Gessel;
(2) *On Delanoy numbers and Schröder numbers, large and small*, Zhi-Wei Sun;
(3) *Permutations, parenthesis words, and Schröder numbers*, A. Ehrenfeucht *et al.*

Numere Segner
(vezi Numere Catalan)

Numere semiperfecte
(vezi Numere pseudoperfecte)

Numere semiprime
(vezi şi Numere briliante; Prime Chen)
Definiţie: Numerele naturale ce sunt produse a două numere prime (nu obligatoriu distincte).
Primele 25 semiprime (secvenţa A001358 în OEIS): 4, 6, 9, 10, 14, 15, 21, 22, 25, 26, 33, 34, 35, 38, 39, 46, 49, 51, 55, 57, 58, 62, 65, 69, 74.
Proprietăţi: Valoarea funcţiei totient a unui semiprim n = p*q este, pentru p şi q distincte, φ(n) = (p – 1)* (q – 1) = n – (p + q) + 1, iar, pentru p = q, φ(n) = n – p.
Comentariu: Numerele semiprime au aplicaţii în criptografie, mai exact în aşa numita criptografie în cheie publică *(„public-key criptography”)*, bazată pe dificultatea descompunerii în factori primi a semiprimelor mari.
Notă: Cel mai mare semiprim cunoscut este desigur pătratul celui mai mare prim cunoscut, şi anume numărul prim Mersenne 2^43112609 – 1.

Numere Sierpiński
(vezi şi Numere Brier; Numere Fermat; Numere Proth; Numere Riesel)
Definiţie: Numerele impare k astfel încât k*2^n + 1 este compus pentru orice n natural se numesc numere Sierpiński (uneori se mai numesc şi numere Sierpiński de ordinul doi).
Cele mai mici 12 numere Sierpiński cunoscute (secvenţa A076336 în OEIS): 78557, 271129, 271577, 322523, 327739, 482719, 575041, 603713, 903983, 934909, 965431, 1259779.
Comentariu: Există o infinitate de astfel de numere (a arătat Wacław Sierpiński în 1960). Problema căutării celui mai mic astfel de număr (în 1967 Sierpiński şi Selfridge au conjecturat că acesta este 78557) se numeşte „Problema Sierpiński” şi rezolvarea acesteia este în programul Prime Grid (proiectul se numeşte *Seventeen or Bust* şi este denumit astfel după numărul de posibile valori ale lui k ce mai rămăseseră de verificat la demararea programului); în septembrie 2012 mai rămăseseră de verificat doar 6 posibile valori ale lui k (pentru care nu fusese găsită încă o valoare primă a lui k*2^n + 1).
Definiţie: Numerele prime p astfel încât p*2^n + 1 este compus pentru orice n natural se numesc prime Sierpiński.
Proprietăţi: Cel mai mic prim Sierpiński cunoscut este 271129.
Notă: Numerele Sierpiński sunt o subclasă a numerelor Proth pentru că relaţia k < 2^n este necesară pentru satisfacerea condiţiei definitorii.
Definiţie: Numerele de forma n^n + 1 se numesc numere Sierpiński de ordinul întâi.
Primele 12 numere Sierpiński de ordinul întâi (secvenţa A014566 în OEIS): 2, 5, 28, 257, 3126, 46657, 823544, 16777217, 387420490, 10000000001, 285311670612, 8916100448257.
Comentariu: Sierpiński a demonstrat că numerele Sierpiński de ordinul întâi n^n + 1 pot fi prime (pentru n ≥ 2) doar dacă n este de forma 2^(2^k). Singurele 3 astfel de prime cunoscute sunt 2, 5 şi 257. Se vede că (pentru n ≥ 2) acestea formează un subset al clasei primelor Fermat.
Referinţe:

(1) *The Sierpiński problem: definition and status*, Wilfrid Keller;
(2) *On powers associated with Sierpińsky numbers, Riesel numbers and Polignac's Conjecture*, Michael Filaseta *et al.*;
(3) *Lucas-Sierpińsky and Lucas-Riesel numbers*, Daniel Baczkowski *et al.*

Numere slab totiente
(vezi şi Numere extrem totiente; Numere nontotiente; Numere perfect totiente; Numere primoriale)
Definiţie: Un număr natural, par, n este slab totient dacă, pentru orice m > n, φ(m) > φ(n).
Cele mai mici 22 numere slab totiente (secvenţa A036913 în OEIS): 2, 6, 12, 18, 30, 42, 60, 66, 90, 120, 126, 150, 210, 240, 270, 330, 420, 462, 510, 630, 660, 690.
Comentariu: Matematicienii David William Masser şi Peter Shiu au demonstrat în 1986 că produsul rezultat din al n-lea număr primorial multiplicat cu al (n-1)-lea număr prim, unde n > 2, este un număr slab totient.
Notă: Unele surse spun că produsul rezultat dintre al n-lea număr primorial multiplicat cu al n-lea număr prim, unde n > 1, este un număr slab totient; ceea ce echivalează cu a nu-l considera pe 1, prin convenţie, primul număr primorial.
Primele 13 numere primoriale (secvenţa A002110 în OEIS): 1, 2, 6, 30, 210, 2310, 30030, 510510, 9699690, 223092870, 6469693230, 200560490130, 7420738134810.
Primele 26 numere prime (secvenţa A000040 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101.
Notă: Se observă că 6*3 = 18, 30*5 = 150 ş.a.m.d, unde 18, 150 ş.a.m.d sunt numere slab totiente.

Numere Smarandache
Definiţie: S_n este cel mai mic număr cu proprietatea că S_n! este divizibil cu n.
Exemplu: S_8 = 4 pentru că 1!, 2!, 3! nu sunt divizibile cu 8 dar 4! este divizibil cu 8.
Primele 30 numere Smarandache (secvenţa A002034 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 3, 7, 4, 6, 5, 11, 4, 13, 7, 5, 6, 17, 6, 19, 5, 7, 11, 23, 4, 10, 13, 9, 7, 29, 5.
Notă: Funcţia care generează aceste numere se numeşte funcţia Smarandache.
Referinţe:
(1) *The Smarandache function*, C. Dumitrescu şi V. Seleacu;
(2) *The classical Smarandache function and a formula for twin primes*, Dhananjay P. Mehendale;
(3) *Properties and problems related to the Smarandache type functions*, Sebastian Martin Ruiz.

Numere Smarandache-Fibonacci
(vezi şi Numere Smarandache)
Definiţie: Numerele n cu proprietatea că $S_n = S_{n-1} + S_{n-2}$, unde S_k este funcţia Smarandache.
Primele 13 numere Smarandache-Fibonacci (secvenţa A015047 în OEIS): 3, 11, 121, 4902, 26245, 32112, 64010, 368140, 415664, 2091206, 2519648, 4573053, 7783364.
Comentariu: Matematicienii Henry Ibstedt şi Charles Ashbacher au conjecturat (independent unul de altul) că seria are o infinitate de termeni. Ibstedt a descoperit cel mai mare număr de acest tip: 19448047080036.
Notă: Aceste numere sunt cunoscute îndeobşte sub denumirea *„Smarandache-Fibonacci triplets"*.
Referinţe:

(1) *Smarandache ceil functions*, Anthony Begay.

Numere Smarandache-Radu
(vezi şi Numere Smarandache)
Definiţie: Numerele n cu proprietatea că nu există prime între S_n (inclusiv) şi S_{n+1} (inclusiv), unde S_k este funcţia Smarandache.
Primele 10 numere Smarandache-Radu (secvenţa A015048 în OEIS): 224, 2057, 265225, 843637, 6530355, 24652435, 35558770, 40201975, 45388758, 46297822.
Comentariu: Henry Ibstedt a conjecturat că seria are o infinitate de termeni; tot acesta a descoperit cel mai mare număr de acest tip (având 42 cifre).
Notă: Aceste numere sunt cunoscute îndeobşte sub denumirea *„Smarandache-Radu duplets”*.
Referinţe:
(1) *Smarandache ceil functions*, Anthony Begay.

Numere Smarandache-Wellin
(vezi şi Numere concatenate; Numere consecutive Smarandache; Prime interioare; Prime Smarandache)
Definiţie: Numerele Smarandache-Wellin sunt numerele întregi obţinute prin concatenarea primelor n numere prime, începând cu (şi incluzând pe) numărul 2.
Primele 10 numere Smarandache-Wellin (secvenţa A019518 în OEIS): 2, 23, 235, 2357, 235711, 23571113, 2357111317, 235711131719, 23571113171923, 2357111317192329.
Comentariu: Aceste numere sunt denumite după matematicianul american de origine română Florentin Smarandache şi matematicianul Paul R. Wellin.
Definiţie: Numerele Smarandache-Wellin ce sunt totodată prime se numesc prime Smarandache-Wellin.
Primele 3 prime Smarandache-Wellin (secvenţa A069151 în OEIS): 2, 23, 2357.
Comentariu: Al patrulea termen este un număr cu 355 de cifre.
Cele 8 valori cunoscute ale lui n pentru care prin concatenarea primelor n numere prime obţinem un prim Smarandache-Wellin (secvenţa 046035 în OEIS): 1, 2, 4, 128, 174, 342, 435, 1429.
Notă: Nu mai există un astfel de n mai mic decât 10^4.

Numere Smith
(vezi şi Numere repunit)
Definiţie: Numere compuse având următoarea proprietate: suma cifrelor lor este egală cu suma cifrelor factorilor lor primi.
Exemplu: 85 este un număr Smith deoarece 85 = 5*17 iar 8 + 5 = 5 + 1 + 7 = 13.
Primele 21 numere Smith (secvenţa A006753 în OEIS): 4, 22, 27, 58, 85, 94, 121, 166, 202, 265, 274, 319, 346, 355, 378, 382, 391, 438, 454, 483, 517.
Comentariu: Denumirea se datorează lui Albert Wilansky ce a descoperit, în 1982, că numărul de telefon al fratelui său vitreg, Smith, şi anume 4937775, are această proprietate.
Proprietăţi: În 1987, Wayne McDaniel a demonstrat că există o infinitate de numere Smith.
Definiţie: două sau mai multe numere consecutive ce au această proprietate se numesc numere Smith înfrăţite.

Exemplu: 728 şi 729 sunt astfel de numere (728 = 2*2*2*7*13 iar 7 + 2 + 8 = 2 + 2 + 2 + 7 + 13; 729 = 3*3*3*3*3*3 iar 7 + 2 + 9 = 3 + 3 + 3 +3 + 3 + 3). De asemenea 73615, 73616 şi 73616 sunt trei „fraţi Smith".
Primele 13 cele mai mici numere dintr-o pereche de numere înfrăţite Smith (secvenţa A050219 în OEIS): 728, 2964, 3864, 4959, 5935, 6187, 9386, 9633, 11695, 13764, 16536, 16591, 20784.
Definiţie: Un număr compus având proprietatea că suma cifrelor factorilor săi primi este egală cu suma cifrelor sale multiplicată prin k se numeşte numeşte număr k-Smith.
Exemplu: 32 este un număr 2-Smith (*secvenţa A104390 în OEIS*): 32 = 2*2*2*2*2 iar 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2*(3 + 2).
Definiţie: Un număr Smith al cărui revers este de asemenea un număr Smith se numeşte număr Smith reversibil.
Exemplu: 58 este un număr Smith reversibil (*secvenţa A104171 în OEIS*): 58 = 2*29 iar 5 + 8 = 2 + 2 + 9 = 13; 85 = 5*17 iar 8 + 5 = 5 + 1 + 7 = 13.
Alte subseturi de numere Smith: numere Smith semiprime (*secvenţa A098837 în OEIS*); numere Smith palindromice (*secvenţa A104390 în OEIS*).
Notă: Nu există o formulă care să genereze toate numerele Smith, dar există o formulă (descoperită în 1983 de Oltikar şi Wayland) care generează un subset de astfel de numere, şi anume $k*R_n$, unde k este natural iar R_n este un număr repunit. Pentru anumite valori ale lui k, formula generează un număr Smith pentru orice număr repunit R_n.
Primele 16 numere care, multiplicate cu orice număr repunit, generează un număr Smith (secvenţa A104167 în OEIS): 1540, 1720, 2170, 2440, 5590, 6040, 7930, 8344, 8470, 8920, 23590, 24490, 25228, 29080, 31528, 31780.
Notă: Cel mai mare număr Smith cunoscut este $9*R_{1031}*(10^{\wedge}4594 + 3*10^{\wedge}2297 + 1)^{\wedge}1476*10^{\wedge}3913210$, unde R_{1031} este un număr repunit egal cu (10^1031 – 1)/9.
Referinţe:

(1) *Smith numbers*, Shyam Sunder Gupta;
(2) *A new largest Smith number*, Patrick Costello;
(3) *The existence of infinitely many k-Smith numbers*, Wayne L. McDaniel.

Numere sociabile

(vezi şi Numere amiabile; Numere aspirante)
Definiţie: Se spune despre numerele ce au o serie alicotă de perioadă 3 sau mai mare că sunt numere sociabile.
Definiţie: O „serie alicotă" *(„aliquot sequence")* este seria recurentă în care fiecare termen este egal cu suma divizorilor termenului anterior (excluziv acesta însuşi); de exemplu, seria alicotă a numărului 10 este 10, 8, 7, 1, 0, pentru că: σ(10) – 10 = 1 + 2 + 5 = 8; σ(8) – 8 = 1 + 2 + 4 = 7; σ(7) – 7 = 1; σ(1) – 1 = 0.
Comentariu: Multe serii alicote se termină într-un număr prim urmat de numărul 1 urmat de 0, ca în exemplul de mai sus, dar unele serii alicote se repetă cu o anumită periodicitate la nesfârşit. Astfel, un număr perfect are o serie alicotă de perioadă 1 (*e.g.* seria alicotă a lui 6 este 6, 6, 6, 6…) iar un număr amiabil are o serie alicotă de perioadă 2 (*e.g.* seria alicotă a lui 220 este 220, 284, 220, 284…). În sfîrşit, un număr sociabil este acela care o serie alicotă de perioadă 3 sau mai mare. Matematicianul belgian din secolul XIX Eugène Charles Catalan a conjecturat că orice serie alicotă sfârşeşte obligatoriu într-unul din următoarele 3 feluri: într-un număr prim, într-un număr perfect, sau într-un set de numere amiabile sau sociabile.
Definiţie: Se spune despre un număr a cărui serie alicotă are perioada k, unde k ≥ 3, că este un număr sociabil de ordinul k; de exemplu, numărul 1264460 este un număr

sociabil de ordinul 4 pentru că seria sa alicotă este 1264460, 1547860, 1727636, 1305184, 1264460 (…), deci cei 4 termeni ai seriei se repetă la nesfîrşit.

Referinţe:

(1) On perfect, amicable and sociable chains, Jean-Luc Marichal;

(2) Sociable numbers: new developments on an ancient problem, Carl Pomerance;

(3) On the distribution of sociable numbers, Mitsuo Kobayashi *et al.*

Numere solitare

(vezi Numere prietenoase)

Numere Somos

(vezi şi Numere Göbel)

Definiţie: Numerele Somos-k sunt numerele definite prin relaţiile de recurenţă S(n)*S(n-k) = S(n-1)*S(n-k+1) + S(n-2)*S(n-k+2) +…+ S(n-(k-1)/2)*S(n-(k+1)/2) pentru k impar şi S(n)*S(n-k) = S(n-1)*S(n-k+1) + S(n-2)*S(n-k+2) +…+ S(n-k/2)^2 pentru k par, iar valorile iniţiale sunt S_i = 1 pentru i < k.

Notă: Seriile de numere Somos-2 şi Somos-3 cuprind doar numărul 1.

Definiţie: Numerele Somos-4 sunt numerele definite prin relaţia de recurenţă $S_0 = S_1 = S_2 = S_3 = 1$, iar, pentru n > 3, $S_n = (S_{n-1}*S_{n-3} + S_{n-2}\text{^}2)/S_{n-4}$.

Primele 17 numere Somos-4 (secvenţa A006720 în OEIS): 1, 1, 1, 1, 2, 3, 7, 23, 59, 314, 1529, 8209, 83313, 620297, 7869898, 126742987, 1687054711.

Definiţie: Numerele Somos-5 sunt numerele definite prin relaţia de recurenţă $S_0 = S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = 1$, iar, pentru n > 4, $S_n = (S_{n-1}*S_{n-4} + S_{n-2}*S_{n-3})/S_{n-5}$.

Primele 17 numere Somos-5 (secvenţa A006721 în OEIS): 1, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 5, 11, 37, 83, 274, 1217, 6161, 22833, 165713, 1249441.

Comentariu: Surprinzător la seriile Somos-k, pentru k ≤ 7, este faptul că, deşi nu reiese explicit din definiţia lor, toţi termenii lor sunt numere întregi. Pentru k ≥ 8 seriile Somos nu mai au toţi termenii întregi.

Notă: Aceste serii se datorează matematicianului american Michael Somos.

Referinţe:

(1) Somos sequences, Kurlyandchik Lev şi Zhouf Jaroslav;

(2) A new family of Somos-like recurrences, Paul Heideman şi Emilie Hogan.

Numere Stern-Brocot

Definiţie: Numerele întregi definite prin relaţia de recurenţă $S_0 = 0$, $S_1 = 1$, şi, pentru n > 1, $S_{2*n} = S_n$ iar $S_{2*n+1} = S_n + S_{n+1}$. Pentru că toate numerele naturale apar în această serie, denumirea de „Seria Stern-Brocot" e mai potrivită decât cea de „Numere Stern-Brocot".

Notă: Această serie cu multiple aplicaţii în teoria numerelor a fost descoperită în mod independent în secolul XIX de matematicianul german Moritz Abraham Stern şi ceasornicarul şi matematicianul amator francez Achille Brocot. Seria mai este denumită uneori *„Stern's diatomic sequence"*.

Primii 30 termeni ai seriei Stern-Brocot (secvenţa A002487 în OEIS): 0, 1, 1, 2, 1, 3, 2, 3, 1, 4, 3, 5, 2, 5, 3, 4, 1, 5, 4, 7, 3, 8, 5, 7, 2, 7, 5, 8, 3, 7.

Proprietăţi: Oricare doi termeni consecutivi ai seriei sunt numere coprime. Numărul S_{n+1} exprimă numărul de moduri în care poate fi scris numărul natural n ca o sumă de puteri ale lui 2 în care nicio putere a lui 2 să nu se repete mai mult de două ori (de exemplu S_6 = 2 iar 5 poate fi scris ca 5 = 2^0 + 2^2 şi ca 5 = 2^0 + 2^1 + 2^1). Seria S_{n+1}/S_n cuprinde toate numerele raţionale pozitive, fiecare apărând o singură dată.

Referinţe:

(1) Refining the Stern diatomic sequence, Richard P. Stanley şi Herbert S. Wilf.

Numere Størmer
Definiţie: Numerele întregi pozitive n cu proprietatea că cel mai mare factor prim p al numărului n^2 + 1 este mai mare sau egal cu numărul 2*n.
Primele 26 numere Størmer (secvenţa A005528 în OEIS): 1, 2, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 33, 34, 35, 36.
Notă: Denumirea acestor numere se datorează matematicianului norvegian Fredrik Carl Størmer.

Numere subfactoriale
(vezi şi Numere factoriale, Numere multifactoriale)
Definiţie: Numerele naturale notate „!n" cu proprietatea că !n = n!*(1 – 1/1! + 1/2! – 1/3! + … + (-1)^n*1/n!).
Notă: Funcţia subfactorial (studiată pentru prima oară de matematicianul francez Pierre Rémond de Montmort şi de matematicianul elveţian Nicolaus Bernoulli, denumită astfel de William Allen Whitworth, editor al periodicului din secolul XIX „The Messenger of Mathematics") defineşte în combinatorică numărul de permutări a elementelor unei mulţimi astfel încât niciun element să nu revină la poziţia iniţială (numărul de „deranjamente").
Primele 10 numere subfactoriale (secvenţa 000166 în OEIS): 1, 0, 1, 2, 9, 44, 265, 1854, 14833, 133496, 1334961, 14684570, 176214841, 2290792932, 32071101049.
Proprietăţi: Între numerele subfactoriale există următoarea relaţie de recurenţă: !n = (n – 1)*(!(n – 1) + !(n – 2)), unde !0 = 1 şi !1 = 0. Este notabil că această relaţie de recurenţă există şi între numerele factoriale: n! = (n – 1)*((n – 1)! + (n – 2)!), unde 0! = 1 şi 1! = 1.
Definiţie: Primele de forma !n ± 1 se numesc prime subfactoriale.
Singurele 5 prime subfactoriale cunoscute (secvenţa A100015 în OEIS): 2, 3, 43, 481066515733, 130850092279663.
Referinţe:

(1) *Wilson theorems for double-, hyper-, sub- and super-factorials*, Christian Aebi şi Grant Cairns.

Numere sublime
(vezi şi Numere perfecte)
Definiţie: Se numeşte sublim numărul natural n cu proprietatea că atât numărul divizorilor săi, τ(n), cât şi suma divizorilor săi, σ(n), sunt ambele numere perfecte.
Exemplu: Un astfel de număr este 12 pentru că τ(12) = 6 şi σ(n) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = 28 iar 6 şi 28 sunt ambele numere perfecte.
Comentariu: Singurele două numere sublime cunoscute sunt numărul 12 şi numărul 2^126*(2^61 – 1)*(2^31 – 1)*(2^19 – 1)*(2^7 – 1)*(2^5 – 1)*(2^3 – 1), un număr cu 76 de cifre (secvenţa A081357 în OEIS).
Notă: Nu se cunoaşte dacă există numere sublime impare.

Numere superabundente
(vezi şi Numere abundente)
Definiţie: Se numeşte superabundent un număr natural n pentru care, pentru orice m natural, m < n, avem relaţia σ(m)/m < σ(n)/n, unde σ este funcţia divizor (suma divizorilor lui n).
Primele 21 numere superabundente (secvenţa A004394 în OEIS): 1, 2, 4, 6, 12, 24, 36, 48, 60, 120, 180, 240, 360, 720, 840, 1260, 1680, 2520, 5040, 10080, 15120.

Comentariu: Aceste numere au fost definite în 1944 de către Paul Erdős şi Leonidas Alaoglu, dar, din nişte însemnări făcute publice cu întârziere, reiese că matematicianul indian Srinivasa Ramanujan le definise încă din 1915, în cadrul unui studiu asupra numerelor extrem compuse (primele 19 numere extrem compuse coincid cu primele 19 numere superabundente). Ramanujan denumise aceste numere „extrem compuse generalizate", Erdős şi Alaoglu le-au numit „superabundente", terminologie mai potrivită întrucât niciuna dintre aceste două mulţimi nu este un subset al celeilalte, fiecare având temeni neîmpărtăşiţi cu cealaltă; astfel, se poate vedea, de exemplu, că al 20-lea număr extrem compus, 7560, nu este superabundent, de asemenea există numere superabundente ce nu sunt extrem compuse (*secvenţa A166735 în OEIS*). Mai mult decât atât, există un număr N cel mai mare număr superabundent ce este totodată şi extrem compus (niciun număr superabundent mai mare decât N nu mai este extrem compus); acesta este un număr format din 154 de cifre (al 1023-lea număr superabundent şi totodată al 2567-lea număr extrem compus).
Notă: Erdős şi Alaoglu au demonstrat următorul fapt: dacă N = p_1^a_1*p_2^a_2*…*p_n^a_n este superabundent iar $p_1 \leq p_2 \leq \ldots \leq p_n$ sunt factorii săi primi, atunci $a_1 \geq a_2 \geq \ldots \geq a_n$, cu alte cuvinte ordinul de mărime al exponenţilor este invers proporţional cu cel al factorilor primi.
Alte proprietăţi: Toate numerele superabundente sunt numere extrem abundente; majoritatea sunt numere Harshad (cel mai mic număr superabundent ce nu este număr Harshad este 149602080797769600).

Numere superfactoriale
(vezi şi Numere factoriale; Numere superprimoriale)
Definiţie: Numerele ce sunt produsul primelor n numere factoriale: f(n) = 1!*2!*…*n!.
Notă: Aceste numere sunt denumite astfel de către fondatorul OEIS, Neil Sloane, şi de către Simon Plouffe.
Primele 10 numere superfactoriale (secvenţa A000178 în OEIS): 1, 1, 2, 12, 288, 34560, 24883200, 125411328000, 5056584744960000, 1834933472251084800000.
Referinţe:

(1) *Wilson theorems for double-, hyper-, sub- and super-factorials*, Christian Aebi şi Grant Cairns.

Numere superperfecte
(vezi şi Numere Mersenne; Numere multiperfecte; Numere perfecte)
Notă: Această clasă este una dintre generalizările clasei numerelor perfecte. Denumirea lor aparţine matematicianului D. Suryanarayana.
Definiţie: Numărul întreg pozitiv n este superperfect dacă σ^2(n) = σ(σ(n)) = 2*n.
Primele 9 numere superperfecte (secvenţa A019279 în OEIS): 2, 4, 16, 64, 4096, 65536, 262144, 1073741824, 1152921504606846976.
Definiţie: Numărul întreg pozitiv n este k-superperfect dacă σ^k(n) = 2*n, unde σ^k(n) este funcţia divizor, reiterată de k ori.
Exemplu: Numărul 16 este 2-superperfect deoarece σ(16) = 31, σ(31) = 32 iar 32 = 2*16.
Comentariu: S-a demonstrat că un număr par este 2-superperfect doar dacă este putere a lui 2 iar numerele de forma 2^(p – 1) sunt 2-superperfecte doar dacă 2^p – 1 este un prim Mersenne. Nu se ştie dacă există sau nu un număr 2-superperfect impar, dar, dacă ar exista, ar trebui să fie un pătrat perfect, mai mare decât 7*10^24, iar n şi σ(n) să aibă cel puţin 3 factori primi. Suryanarayana a considerat la început doar numerele 2-superperfecte; conceptul a fost extins la numerele k-superperfecte de către

matematicianul german Dieter Bode, care a şi demonstrat că pentru k > 2 nu există numere k-superperfecte pare. Conceptul a fost şi mai departe generalizat la numere (k,m)-perfecte, ce satisfac relaţia σ^k(n) = m*n. Potrivit acestei generalizări, numerele perfecte sunt (1,2)-perfecte, numerele multiperfecte sunt (1,k)-perfecte, numerele superperfecte sunt (2,2)-perfecte iar numerele k-superperfecte sunt (k,2)-perfecte.

Referinţe:

(1) *Unitary super perfect numbers*, Tomohiro Yamada;
(2) *On perfect numbers connected with the composition of arithmetic functions*, József Sándor şi Lehel István Kovács.

Numere superprimoriale

(vezi şi Numere primoriale; Numere superfactoriale)

Definiţie: Numerele ce sunt produsul primelor n numere primoriale: f(n) = 1#*2#*…*n#.

Notă: Aceste numere sunt denumite astfel prin analogie cu numerele superfactoriale. Seria acestor numere mai este cunoscută şi sub numele de seria Chernoff.

Primele 9 numere superprimoriale (secvenţa A006939 în OEIS): 1, 2, 12, 360, 75600, 174636000, 5244319080000, 2677277333530800000, 25968760179275365452000000.

Numere super-Poulet

(vezi şi Numere Poulet)

Definiţie: Numerele Poulet (adică numerele compuse impare n cu proprietatea că n divide 2^n – 2) ce au proprietatea că orice divizor d al lor divide numărul 2^d – 2.

Primele 16 numere super-Poulet (secvenţa A050217 în OEIS): 341, 1387, 2047, 2701, 3277, 4033, 4369, 4681, 5461, 7957, 8321, 10261, 13747, 14491, 15709, 18721.

Proprietăţi: Toate numerele Poulet semiprime sunt numere super-Poulet. Dacă trei numere Poulet semiprime au câte un factor prim comun două câte două, atunci produsul celor trei factori primi este un număr super-Poulet (*e.g.* 2701 = 37*73, 4033 = 37*109 şi 7957 = 73*109 sunt numere Poulet, deci numărul 294409 = 37*73*109 este un număr super-Poulet).

Numere Thabit

(vezi şi Numere amiabile)

Definiţie: Numere de forma 3*2^n – 1.

Notă: Denumirea acestor numere provine de la matematicianul şi astronomul islamic ce a trăit în secolul IX, Thabit ibn Qurra.

*Primele 19 numere de forma 3*2^n – 1 (secvenţa A055010 în OEIS)*: 0, 2, 5, 11, 23, 47, 95, 191, 383, 767, 1535, 3071, 6143, 12287, 24575, 49151, 98303, 196607, 393215.

Definiţie: Primele de forma P_n = 3*2^n – 1 se numesc prime Thabit.

*Primele 13 prime de forma 3*2^n – 1 (secvenţa A007505 în OEIS)*: 2, 5, 11, 23, 47, 191, 383, 6143, 786431, 51539607551, 824633720831, 26388279066623, 108086391056891903.

Proprietăţi: Dacă obţinem prime Thabit şi pentru n şi pentru n – 1, iar 9*2^(2*n – 1) – 1 este de asemenea prim, atunci numerele 2^n*(3*2^(n – 1) – 1)*(3*2^n – 1) şi 2^n*(9*2^(2*n – 1) – 1) sunt numere amiabile. Singurele valori ale lui n care satisfac aceste condiţii, cunoscute până acum, sunt 2, 4, şi 7, din care obţinem următoarele perechi de numere amiabile: [220, 284], [17296, 18416] şi [9363584, 9437056]. Această metodă de obţinere a primelor amiabile este atribuită tot matematicianului arab Thabit ibn Qurra.

Notă: Primele Thabit, împreună cu alt subset de prime, cele de forma 3*2^n + 1, sunt cunoscute şi sub denumirea de „prime 321”.
*Primele 11 prime de forma 3*2^n + 1 (secvenţa A039687 în OEIS)*: 7, 13, 97, 193, 769, 12289, 786433, 3221225473, 206158430209, 6597069766657, 221360928884514619393.
Comentariu: Proiectul *PrimeGrid* conduce o căutare a numerelor prime de tip 321; la data de 24 aprilie 2010 s-a anunţat descoperirea celui mai mare prim 321 cunoscut de forma 3*2^n – 1, şi anume 3*2^6090515 – 1 iar la data de 21 februarie 2011 a celui de forma 3*2^n + 1, şi anume 3*2^7033641 + 1.
Referinţe:

(1) *On Thabit ibn Kurrah's formula for amicable numbers*, Walter Borho;
(2) *Four large amicable pairs*, H.J.J. te Riele.

Numere totative
(vezi şi Numere coprime; Numere perfect totiente)
Definiţie: Un număr totativ al lui n este un număr k, 0 < k < n, ce este relativ prim cu n. Numărul tuturor numerelor totative ale lui n este dat de φ(n), valoarea indicatorului Euler al lui n.
Numărul totativelor lui n pentru primele 29 de valori ale lui n (secvenţa A000010 în OEIS): 1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, 10, 4, 12, 6, 8, 8, 16, 6, 18, 8, 12, 10, 22, 8, 20, 12, 18, 12, 28.
Definiţie: Un totativ izolat k al lui n *(„isolated totative”)* este un totativ al lui n cu proprietatea că atât k – 1 cât şi k + 1 sunt de asemenea coprime cu n.
Numărul totativelor izolate ale lui n pentru primele 29 de valori ale lui n (secvenţa A132952 în OEIS): 0, 1, 0, 2, 0, 2, 0, 4, 0, 4, 0, 4, 0, 6, 2, 8, 0, 6, 0, 8, 2, 10, 0, 8, 0, 12, 0, 12, 0.
Notă: Denumirea acestor numere i se datorează matematicianului englez James Joseph Sylvester.
Definiţie: Un număr cototativ al lui n *(„cototative”)* este un număr k, 0 < k < n, ce nu este relativ prim cu n. Numărul tuturor numerelor cototative ale lui n este dat de funcţia cototient a lui Euler, n – φ(n).
Numărul cototativelor lui n pentru primele 29 de valori ale lui n (secvenţa A051953 în OEIS): 0, 1, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 3, 6, 1, 8, 1, 8, 7, 8, 1, 12, 1, 12, 9, 12, 1, 16, 5, 14, 9, 16, 1.

Numere triunghiulare
(vezi şi Numere pătratice; Numere poligonale)
Definiţie: Numere de forma (n*(n+1))/2 = 1 + 2 + 3 + … + n.
Primele 25 numere triunghiulare (secvenţa A000217 în OEIS): 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, 171, 190, 210, 231, 253, 276, 300.
Notă: Numerele triunghiulare sunt un subset al numerelor poligonale.
Comentariu: Numerele triunghiulare T_n (T_n = 1 + 2 + 3 + … + n) se definesc în plan aditiv analog cu numerele factoriale în plan multiplicativ; o altă relaţie între aceste clase de numere este următoarea: (2*n)! = 2^n*T_1*T_3*T_5* … *T_{2*n-1}.
Referinţe:

(1) *Fascinating triangular numbers*, Shyam Sunder Gupta;
(2) *On triangular rectangular numbers*, François Dubeau şi Alain Pautasso.

Numere Ulam
Definiţie: Un număr (m, n)-Ulam se spune că este un termen al seriei definită astfel: primul termen al seriei este egal cu m, cel de-al doilea este egal cu n, iar termenii

următori sunt cei mai mici întregi exprimabili într-un singur fel ca suma a doi termeni distincţi precedenţi.
Primele 21 numere (1, 2)-Ulam (secvenţa A002858 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 6, 8, 11, 13, 16, 18, 26, 28, 36, 38, 47, 48, 53, 57, 62, 69, 72.
Notă: Matematicianul american de origine poloneză Stanislaw Ulam a descoperit această clasă de numere în 1964. Dacă nu este însoţită de specificaţia (m, n), prin serie Ulam se subînţelege seria (1, 2)-Ulam, iar prin numere Ulam termenii acestei serii.
Proprietăţi: Există o infinitate de numere Ulam.
Definiţie: Numerele Ulam ce sunt totodată şi prime se numesc prime Ulam.
Primele 21 prime Ulam (secvenţa A068820 în OEIS): 2, 3, 11, 13, 47, 53, 97, 131, 197, 241, 409, 431, 607, 673, 739, 751, 983, 991, 1103, 1433, 1489.

Numere umile
(vezi Numere uniforme)

Numere uniforme
(vezi şi Numere regulate; Numere neuniforme)
Definiţie: Un număr întreg este k-uniform *(„k-smooth”)* dacă nu are factori primi mai mari decât k.
Primele 20 numere 2-uniforme (secvenţa A000079 în OEIS): 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, 32768, 65536, 131072, 262144, 524288.
Notă: Numerele 2-uniforme nu sunt altceva decât puterile lui 2.
Primele 20 numere 3-uniforme (secvenţa A003586 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27, 32, 36, 48, 54, 64, 72, 81, 96.
Primele 20 numere 5-uniforme (secvenţa A051037 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 27, 30, 32, 36.
Notă: Numerele 5-uniforme (numerele ce au ca factori primi doar numerele 2, 3 sau 5) se mai numesc „numere regulate” *(„regular numbers”)* .
Primele 20 numere 7-uniforme (secvenţa A001473 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 24, 25, 27.
Notă: Numerele 7-uniforme (numerele ce au ca factori primi doar numerele 2, 3, 5 sau 7) se mai numesc „numere umile” *(„humble numbers”)* .
Teorema lui Størmer: Matematicianul norvegian Carl Fredrik Størmer a arătat că pentru orice k există doar un număr finit de perechi de numere uniforme consecutive (de exemplu o astfel de pereche de numere 3-uniforme este [8, 9], de numere 7-uniforme este [24, 25] etc.). Matematicianul american Derrick Henry Lehmer a arătat că numărul acestor perechi este mai mic decât 3^n – 2^n, unde n este indexul numărului prim k (k este al n-lea număr prim). Numărul de perechi de numere întregi [x, x + 1] astfel încât factorii primi ai lui x şi ai lui x + 1 sunt cel mult egali cu cel de-al n-lea prim sunt: 1, 4, 10, 23, 40, 68, 108, 167, 241, 345, 482, 653, 869, 1153, 1502 ş.a.m.d. *(secvenţa A002071 în OEIS).*
Comentariu: Numerele uniforme au importanţă în criptografie. Termenul *„smooth”* se datorează lui Leonard Adleman, coinventator al algoritmului de criptografiere RSA.
Referinţe:

(1) *The role of smooth numbers in number theoretic algorithms*, Carl Pomerance;
(2) *Smooth numbers and the quadratic sieve*, Carl Pomerance;
(3) *Smooth numbers: computational number theory and beyond*, Andrew Granville.

Numere vampir

Definiţie: Numere n, cu un număr par de cifre, ce au cel puţin doi factori primi, ce se pot descompune în doi factori cu un număr de n/2 cifre, x şi y (dintre care cel mult unul se poate termina în 0) astfel încât n să conţină exact cifrele ce îi compun pe x şi y, în orice ordine.
Exemple: 1260 este un astfel de număr pentru că se descompune în 21*60; numărul n = 126000 nu este, deşi se poate descompune în factori având, împreună, aceleaşi cifre ca n (126000 = 210*600), pentru că ambii factori se termină în 0.
Primele 14 numere vampir (secvenţa A014575 în OEIS): 1260, 1395, 1435, 1530, 1827, 2187, 6880, 102510, 104260, 105210, 105264, 105750, 108135, 110758.
Notă: Definiţia a fost extinsă şi pentru numerele n, cu un număr par sau impar de cifre, ce se pot descompune în mai mult de doi factori, astfel încât n să conţină exact cifrele ce îi compun pe aceştia; de exemplu 1503 poate fi descompus ca 3*501 iar 1395 ca 5*9*31.
Primele 14 numere vampir în sens generalizat (secvenţa A020342 în OEIS): 126, 153, 688, 1206, 1255, 1260, 1395, 1435, 1503, 1530, 1827, 2187, 3159, 3784.
Comentariu: Uneori se foloseşte pentru generalizare o distincţie suplimentară *(„true vampire numbers”)*; sunt considerate numere vampir „adevărate” doar cele cu un număr par de factori ce se pot descompune în doar doi factori, fiecare având jumătate din numărul cifrelor lui n (de exemplu 1435 = 35*41). În sfârşit, în 2002, Carlos Rivera (inginer şi matematician mexican, fondatorul site-ului „The prime puzzles & problems connection”), a definit ceea ce el a denumit *„prime vampire numbers”*, şi anume un număr vampir „adevărat” ai cărui chiar factori primi îndeplinesc condiţia definitorie (de exemplu 117067 este un astfel de număr pentru că 167*701 este chiar descompunerea sa în factori primi).
Notă: Cel care a popularizat această clasă de numere este Clifford Pickover, autor american a numeroase articole de matematică recreativă.

Numere von Staudt-Clausen
(vezi şi Numere regulate)
Definiţie: Potrivit Teoremei von Staudt-Clausen (enunţată independent în secolul XIX de către matematicianul german Karl von Staudt şi de către matematicianul danez Thomas Clausen), dacă adăugăm numărului Bernoulli B_{2*n} toate fracţiile 1/p, unde p prim cu proprietatea că p – 1 divide 2*n, obţinem un număr întreg S_n. Numim clasa acestor numere întregi numere von Staudt-Clausen.
Numărătorul primelor 15 numere Bernoulli B_{2*n} (secvenţa A000367 în OEIS): 1, 1, -1, 1, -1, 5, -691, 7, -3617, 43867, -174611, 854513, -236364091, 8553103, -23749461029.
Numitorul primelor 15 numere Bernoulli B_{2*n} (secvenţa A002445 în OEIS): 1, 6, 30, 42, 30, 66, 2730, 6, 510, 798, 330, 138, 2730, 6, 870.
Primele 15 numere von Staudt-Clausen (secvenţa A000146 în OEIS): 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, -6, 56, -528, 6193, -86579, 1425518, -27298230, 601580875.
Exemple: B_{12} = -691/2730; S_6 = -691/2730 + 1/2 + 1/3 + 1/5 + 1/7 + 1/13 = 1.
Comentariu: Subsecvent Teoremei von Staudt-Clausen, numitorii numerelor Bernoulli B_{2*n} sunt numere libere de pătrate, divizibile cu 6.
Referinţe:

(1) *A review of the von Staudt Clausen Theorem*, Timothy Simon Caley.

Numere Wilson
(vezi şi Numere Brown)
Definiţie: Numerele Wilson sunt numerele întregi n cu proprietatea că W(n) ≡ 0(mod n), unde W(n) = ((n – 1)! + 1)/n.

Primele 13 numere Wilson (secvenţa A157250 în OEIS): 1, 5, 13, 563, 5971, 558771, 1964215, 8121909, 12326713, 23025711, 26921605, 341569806, 399292158.
Definiţie: Numerele Wilson ce sunt totodată şi prime se numesc prime Wilson.
Cele 3 prime Wilson cunoscute (secvenţa A007540 în OEIS): 5, 13, 563.
Notă: Următorul termen, dacă există, trebuie să fie mai mare decât 2*10^13. Este totuşi conjecturat că există o infinitate de prime Wilson.
Referinţe:

(1) *A search for Wilson primes*, Edgar Costa *et al.*

Numere Woodall
(vezi şi Numere Cullen; Numere Riesel)
Definiţie: Numerele întregi de forma n*2^n – 1, unde n este natural.
Primele 17 numere Woodall (secvenţa A003261 în OEIS): 1, 7, 23, 63, 159, 383, 895, 2047, 4607, 10239, 22527, 49151, 106495, 229375, 491519, 1048575, 2228223.
Comentariu: Denumirea acestor numere se datorează matematicianului britanic Herbert J. Woodall, ce le-a studiat, la începutul secolului XX, împreună cu Allan Cunningham (cu puţin timp înainte, James Cullen îşi publicase cercetările privind numerele de forma n*2^n + 1).
Definiţie: Numerele Woodall ce sunt totodată şi prime se numesc prime Woodall.
Notă: Prin proiectul Prime Grid a fost descoperit, în 2007, al 33-lea şi cel mai mare prim Woodall cunoscut şi anume 3752948*2^3752948 – 1, un megaprim (un prim cu peste 1 milion de cifre).
Definiţie: Numerele naturale de forma n*b^n – 1, unde n > b – 2, se numesc numere Woodal generalizate.

Numere Wolstenholme
Definiţie: Un număr Wolstenholme W_n este numărătorul sumei 1 + 1/4 + 1/9 + … + 1/n^2, unde n este întreg pozitiv.
Primele 13 numere Wolstenholme (secvenţa A007406 în OEIS): 1, 5, 49, 205, 5269, 5369, 266681, 1077749, 9778141, 1968329, 239437889, 240505109, 40799043101.
Proprietăţi: Potrivit Teoremei lui Wolstenholme, dacă p este un număr prim mai mare decât 3, atunci numărătorul sumei 1 + 1/2 + 1/3 + … + 1/(p – 1) este divizibil cu p^2 iar numărătorul sumei 1 + 1/2^2 + 1/3^2 + … + 1/(p – 1)^2 este divizibil cu p. Niciun număr compus nu satisface Teorema lui Wolstenholme (perechea de relaţii arătată) şi este conjecturat că nu există un astfel de număr.
Notă: A nu se confunda noţiunea de numere Wolstenholme prime (în care caz este vorba de numerele din definiţia arătată care sunt prime) cu primele Wolstenholme. Acestea au o cu totul altă semnificaţie şi formulă generatoare.
Definiţie: Primele Wolstenholme sunt numerele prime p ce satisfac relaţia (2*p)!/(p!)^2 ≡ 2*(mod p^4). Este conjecturat că există o infinitate de astfel de prime, deşi deocamdată se cunosc doar două şi nu există altele până la 10^9.
Primele 4 numere Wolstenholme ce sunt prime (secvenţa A123751 în OEIS): 5, 266681, 40799043101, 86364397717734821.
Notă: Al patrulea termen al seriei are un număr de 104 cifre.
Singurele 2 prime Wolstenholme cunoscute (secvenţa A088164 în OEIS): 16843, 2124679.
Comentariu: Legătura dintre numerele respectiv primele Wolstenholme reiese când sunt definite cu ajutorul coeficienţilor binomiali; astfel, Teorema lui Wolstenholme statuează că, pentru orice prim p mai mare ca 3, C(2*p – 1, p – 1) ≡ 1 (mod p^3), în timp ce un

prim Wolstenholme poate fi definit ca un prim mai mare ca 7 ce satisface relaţia C(2*p – 1, p – 1) ≡ 1 (mod p^4).
Definiţie: Numărul (2*n)!/(n!)^2, înâlnit în una din definiţiile echivalente ale primelor Wolstenholme (se poate vedea uşor când este scris sub forma (2*n)!/(2*n – n)!*n! că reprezintă un coeficient binomial) se mai numeşte coeficient binomial central.
Primii 16 coeficienţi binomiali centrali (secvenţa A000984 în OEIS): 1, 2, 6, 20, 70, 252, 924, 3432, 12870, 48620, 184756, 705432, 2704156, 10400600, 40116600, 155117520.
Referinţe:

(1) *Multiple harmonic sums and Wolstenholme's theorem*, Julian Rosen;
(2) *Congruences for Wolstenholme primes*, Romeo Mestrovic.

Numere Zeisel
(vezi şi Numere Chernick)
Definiţie: Numere naturale libere de pătrate cu cel puţin 3 factori primi (p_1, p_2, …, p_n) între care există relaţia: p_n = a*p_{n-1} + b, unde a şi b sunt numere întregi, constante, iar p_0 = 1.
Primele 15 numere Zeisel (secvenţa A051015 în OEIS): 105, 1419, 1729, 1885, 4505, 5719, 15387, 24211, 25085, 27559, 31929, 54205, 59081, 114985, 207177.
Comentariu: Toate numerele Chernick sunt numere Zeisel (sunt numere libere de pătrate şi au 3 factori primi între care există relaţia de recurenţă arătată). Helmut Zeisel a remarcat acest tip de numere, mai precis a observat că numărul 1885 are această proprietate (1885 = 1*5*13*29 iar între factorii săi primi există relaţiile: 5 = 2*1 + 3, 13 = 2*5 + 3, 29 = 2*13 + 3).
Relaţiile de recurenţă între factorii primi ai primelor 3 numere Zeisel: 105 = 3*5*7 iar [a, b] = [1, 2]; 1419 = 3*11*43 iar [a, b] = [4, -1]; 1729 = 7*13*19 iar [a, b] = [1, 6].

Numere Zsigmondy
Definiţie: Cel de-al n-lea număr Zsigmondy pentru baza (a, b) se spune că este cel mai mare divizor al numărului a^n – b^n ce este coprim cu numărul a^m – b^m pentru orice m < n.
Primele 13 numere Zsigmondy pentru baza (2, 1) (secvenţa A064078 în OEIS): 1, 3, 7, 5, 31, 1, 127, 17, 73, 11, 2047, 13, 8191.
Primele 13 numere Zsigmondy pentru baza (7, 1) (secvenţa A064083 în OEIS): 6, 1, 19, 25, 2801, 43, 137257, 1201, 39331, 2101, 329554457, 2353, 16148168401.
Definiţie: Un număr prim p se numeşte prim Zsigmondy pentru (a, n) dacă p divide numărul a^n – 1 dar nu divide niciun număr a^m – 1 pentru 1 ≤ m ≤ n – 1.
Teorema lui Zsigmondy (datorată matematicianului ungar Karl Zsigmondy) statuează că, dacă a > b > 0 sunt numere întregi coprime, pentru orice număr natural n, n > 1, există un număr prim p cu proprietatea că divide numărul a^n – b^n dar nu divide numărul a^m – b^m pentru niciun întreg m, m < n, cu trei excepţii: când a = 2, b = 1, n = 6 şi când a + b este egal cu o putere a lui 2 iar n = 2.
Notă: La cele două excepţii ale teoremei se mai adaugă uneori a treia, cazul a = 2, b = 1, n = 1, şi anume când nu se consideră n strict mai mare decât 1.
Notă: Un caz particular al acestei teoreme este cunoscut sub numele de Teorema lui Bang şi statuează că, pentru n întreg pozitiv diferit de 1 şi 6, numărul 2^n – 1 are un factor prim ce nu divide numărul 2^m – 1 pentru niciun m < n.
Referinţe:

(1) *On large Zsigmondy primes*, Walter Feit.

CLASE DE PRIME ŞI PSEUDOPRIME

Prime absolute
(vezi şi Numere primitive; Numere repunit, Prime circulare)
Notă: Aceste prime se mai numesc şi prime permutabile (aşa erau denumite de către unul dintre primii matematicieni care le-au studiat, matematicianul german Hans-Egor Richert).
Definiţie: Numerele ce sunt prime în orice permutare posibilă a cifrelor lor.
Primele 23 prime absolute (secvenţa A007703 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97, 113, 131, 199, 311, 337, 373, 733, 919, 991, 1111111111111111111.
Comentariu: În unele definiţii ale acestei clase de prime se cere ca acestea să aibă cel puţin două cifre diferite (deci numerele prime repunit, ce sunt, desigur, în mod trivial absolute, n-ar face parte din această clasă); în sensul acestei definiţii, s-ar putea ca singurele prime absolute să fie cele 21 de prime ce nu sunt numere repunit din secvenţa de mai sus, pentru că nu se cunosc alte astfel de prime până la 6*10^175.
Proprietăţi: În mod evident, orice prim absolut poate fi compus doar din cifrele 1, 3, 7 şi 9.
Referinţe:
(1) *Absolute primes*, A. Slinko.

Prime aditive
Definiţie: Numerele prime cu proprietatea că suma cifrelor lor este de asemenea un număr prim.
Primele 23 prime aditive (secvenţa A046704 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 23, 29, 41, 43, 47, 61, 67, 83, 89, 101, 113, 131, 137, 139, 151, 157, 173, 179.

Prime aproximativ fibonoriale
(vezi Numere fibonoriale)

Prime asigurate
(vezi şi Prime înlănţuite Cunningham, Prime Sophie Germain)
Definiţie: Prime de forma 2*p + 1, unde p este de asemenea prim (reversul definiţiei primelor Sophie Germain: acestea sunt prime p unde 2*p + 1 este de asemenea prim).
Primele 22 prime asigurate (secvenţa A005385 în OEIS): 5, 7, 11, 23, 47, 59, 83, 107, 167, 179, 227, 263, 347, 359, 383, 467, 479, 503, 563, 587, 719, 839.
Comentariu: Primele p se numesc prime Sophie Germain. Orice prim asigurat mai mare decât 7 trebuie să fie de forma 12*k – 1. Cel mai mare prim asigurat cunoscut, descoperit în aprilie 2012, este 1854363790051582^666668−1.
Referinţe:
(1) *Safe prime generation with a combined sieve*, Michael J. Wiener;
(2) *Double-speed safe prime generation*, David Naccache.

Prime bune
(vezi şi Prime echilibrate; Prime slabe; Prime tari)
Definiţie: Numerele prime P(n) al căror pătrat este mai mare decât produsul oricăror două prime aflate la distanţă egală de P(n) în seria numerelor prime, algebric formulat P(n)^2 > P(n – k)*P(n + k), pentru orice 1 ≤ k ≤ n – 1, se numesc prime bune.
Primele 23 prime bune (secvenţa A028388 în OEIS): 5, 11, 17, 29, 37, 41, 53, 59, 67, 71, 97, 101, 127, 149, 179, 191, 223, 227, 251, 257, 269, 307, 311.

Proprietăţi: Există o infinitate de astfel de prime (a conjecturat John Selfridge şi a demonstrat Carl Pomerance).

Prime Chen

(vezi şi Numere prime; Numere semiprime; Prime gemene)

Definiţie: Un prim Chen este numărul prim p cu proprietatea că p + 2 este ori un prim ori un semiprim.

Primele 25 prime Chen (secvenţa A109611 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 47, 53, 59, 67, 71, 83, 89, 101, 107, 109, 113, 127.

Comentariu: Aceste numere sunt denumite după matematicianul chinez Jing Run Chen, care a demonstrat că există o infinitate de astfel de prime şi că orice număr par suficient de mare poate fi scris ca suma dintre un prim şi un număr ce este fie prim fie semiprim (o versiune mai slabă a binecunoscutei Conjecturi a lui Goldbach, nedemonstrată de la jumătatea secolului XVIII până în prezent, potrivit căreia orice număr par mai mare decât 4 se poate scrie ca suma a două numere prime).

Notă: Clasa primelor gemene este o subclasă a clasei primelor Chen. Cel mai mare prim Chen cunoscut p (pentru care p + 2 nu este prim geamăn, ci semiprim), este un număr cu cca 70000 cifre.

Referinţe:

(1) *On sums of subsets of Chen primes*, Zhen Cui *et al.*;

(2) *Chen's primes and ternary Goldbach problem*, Hongze Li şi Hao Pan.

Prime circulare

(vezi şi Prime permutabile; Prime repunit)

Definiţie: Un prim circular este numărul prim cu proprietatea că generează doar numere prime prin operaţia iterativă de permutare ciclică.

Exemplu: 1193 este un astfel de prim, deoarece 1931, 9311 şi 3119 sunt prime; unele definiţii înţeleg prin prim circular doar pe cel mai mic dintre primele formate astfel, în speţă pe 1193 (secvenţa A068652 în OEIS le listează pe toate).

Cele 19 prime circulare cunoscute: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 37, 79, 113, 197, 199, 337, 1193, 3779, 11939, 19937, 193939, 199933.

Notă: Până la 10^23 mai pot exista doar 4 astfel de prime, PRP-urile repunit având 19, 23, 317, respectiv 1031 de cifre (de 1, desigur).

Comentariu: Primele absolute (permutabile) sunt un subset al primelor circulare (având o definiţie mai restrictivă).

Notă: A nu se confunda cu numerele ciclice (deşi modul de operare asupra numerelor este acelaşi: permutare ciclică), din care prin definiţie nu se pot obţine prime prin permutarea ciclică (acestea sunt definite ca numere întregi din care, prin permutarea ciclică a cifrelor lor, se obţin doar multipli ai numerelor respective).

Prime constelaţie

(vezi şi Prime gemene; Prime mănunchi; Prime progresive; Prime sexy; Prime verişoare)

Definiţie: Constelaţiile de prime de ordin k (mai numite şi *„prime k-tuple"*) sunt mulţimile de k numere prime, $p_1, p_2, \ldots, p_k$, având următoarea proprietate: $p_k - p_1 = n(k)$, unde n(k) este cel mai mic număr n pentru care există k numere întregi m(1), m(2),..., m(k), astfel încât m(k) – m(1) = n şi în plus, pentru orice număr prim q, m(1), m(2),…, m(k) nu reprezintă toate resturile modulo q.

Exemplu: Mulţimea [97, 101, 103, 107, 109] este o constelaţie de 5 prime (un *„prime 5-tuple"*), dar mulţimea [3, 5, 7, 11, 13] nu este pentru că nu satisface ultima condiţie

din definiţie: 3 mod 3 = 0, 13 mod 3 = 1, 5 mod 3 = 2, deci toate resturile modulo 3 sunt reprezentate de membrii mulţimii. Ideea în care este pusă această condiţie este ca mulţimea să reprezinte un tipar repetabil de numere prime, ori nu mai pot exista alte mulţimi de prime în afară de mulţimea [3, 5, 7, 11, 13] de forma [p, p + 2, p + 4, p + 8, p + 10]; demonstraţia e simplă: dacă p este de forma 3*x + 1, atunci p + 2 şi p + 8 ar fi divizibile cu 3; dacă p este de forma 3*x + 2, atunci p + 4 şi p + 10 ar fi divizibile cu 3.
Comentariu: Constelaţiile de două prime de forma [p, p + 2], [p, p + 4], [p, p + 6] sunt perechile de prime cunoscute sub denumirea de prime gemene, prime verişoare, prime sexy. Constelaţiile de trei prime se numesc triplete de prime; Hardy şi Wright au conjecturat că există o infinitate de triplete de prime de forma [p, p + 2, p + 6] şi de forma [p, p + 4, p + 6]. Un exemplu de constelaţie având 17 prime este [13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79]. Un caz particular de constelaţii de prime îl reprezintă primele aflate în progresie aritmetică de forma [p, p + r, p + 2*r, p + 3*r,…]. Cel mai recent record privind numărul de prime aflate în progresie aritmetică este datat 2010, îi aparţine lui Benoît Perichon, şi cuprinde 26 de numere prime dintre care primul este 43142746595714191 *(secvenţa A204189 în OEIS)*. Nu se ştie dacă există progresii aritmetice „arbitrar de lungi", dar prima conjectură Hardy-Littlewood, dacă s-ar dovedi adevărată, ar implica faptul că ar exista („arbitrar de lungi" nu înseamnă infinit de lungi ci că pentru orice x ar exista y, y > x, astfel încât să existe o progresie aritmetică cu un număr de y prime).
Notă: Definiţiile constelaţiilor de prime diferă, uneori făcându-se distincţie între un *„prime k-tuple"* şi *„prime k-tuplet"* (matematicianul Tony Forbes face această distincţie terminologică) sau adăugându-se distincţia *„admissible prime constellations"* dar, în esenţă, o constelaţie de prime reprezintă un tipar repetabil de numere prime, de o anumită formă [p, p + a, p + b,…]. Uneori constelaţiile de prime mai sunt denumite mănunchi de k prime *(„cluster of k primes")*; a nu se confunda cu primele mănunchi *(„cluster primes")*.
Referinţe:

(1) *Admissible prime constellations*, Tomás Oliveira e Silva;
(2) *New evidence for the infinitude of some prime constellations*, Thomas R. Nicely.

Prime echilibrate
(vezi şi Prime bune; Prime slabe; Prime tari)
Definiţie: Numerele prime a căror valoare este egală cu media aritmetică dintre numărul prim imediat mai mic şi numărul prim imediat mai mare: $P_n = (P_{n-1} + P_{n+1})/2$ se numesc prime echilibrate.
Primele 20 prime echilibrate (secvenţa A006562 în OEIS): 5, 53, 157, 173, 211, 257, 263, 373, 563, 593, 607, 653, 733, 947, 977, 1103, 1123, 1187, 1223, 1367.
Comentariu: Dacă am considera şi numărul 1 prim atunci numărul 2 ar fi şi el un prim echilibrat; dar actualmente majoritatea matematicienilor nu-l consideră astfel: consideră că un număr prim are doi divizori (pe 1 şi numărul însuşi) iar numărul 1 are un singur divizor (pe el însuşi). Cel mai mare astfel de prim cunoscut este descoperit de David Broadhurst şi François Morain şi are 7535 de cifre: P_n = 197418203*2^25000 – 1, unde $P_{n\pm1} = P_n \pm 6090$ (valoarea lui n nu este cunoscută).
Notă: Aceste prime sunt denumite uneori prime echilibrate de ordinul unu. Primele echilibrate de ordinul doi sunt definite ca fiind media aritmetică a 4 prime din vecinătatea lor; de exemplu 79 = (71 + 73 + 83 + 89)/4. În mod asemănător se definesc primele echilibrate de ordinul trei, patru ş.a.m.d.
Primele 18 prime echilibrate de ordinul doi (secvenţa A082077 în OEIS): 79, 281, 349, 439, 643, 677, 787, 1171, 1733, 1811, 2141, 2347, 2389, 2767, 2791, 3323, 3329, 3529.

Notă: Primele echilibrate de ordinul doi nu trebuie confundate cu primele dublu echilibrate, ce sunt definite ca fiind în acelaşi timp media aritmetică a celor două prime învecinate cât şi media aritmetică a următoarelor două prime în ordinea vecinătăţii: de exemplu 18731 = (18719 + 18743)/2 = (18713 + 18749)/2.
Primele 13 prime dublu echilibrate (secvenţa A051795 în OEIS): 18731, 25621, 28069, 30059, 31051, 44741, 76913, 97441, 103669, 106681, 118831, 128449, 135089.
Notă: În mod asemănător se definesc primele cvadruplu echilibrate ş.a.m.d.
Comentariu: Unii matematicieni vorbesc şi despre aşa-numitele numere echilibrate, clasă de numere ce nu are nimic în comun (în afară de denumire) cu primele definite mai sus.
Definiţie: Numerele n cu proprietatea că sigma(n) este divizibil cu phi(n) se numesc numere echilibrate.
Primele 27 valori ale funcţiei totient phi(n) (secvenţa A000010 în OEIS): 1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, 10, 4, 12, 6, 8, 8, 16, 6, 18, 8, 12, 10, 22, 8, 20, 12, 18.
Primele 28 valori ale funcţiei divizor sigma(n) (secvenţa A000203 în OEIS): 1, 3, 4, 7, 6, 12, 8, 15, 13, 18, 12, 28, 14, 24, 24, 31, 18, 39, 20, 42, 32, 36, 24, 60, 31, 42, 40, 56.
Primele 24 numere echilibrate (secvenţa A020492 în OEIS): 1, 2, 3, 6, 12, 14, 15, 30, 35, 42, 56, 70, 78, 105, 140, 168, 190, 210, 248, 264, 270, 357, 418, 420.

Prime elitiste
Definiţie: Un număr prim p se numeşte prim elitist dacă există doar un număr finit de numere Fermat F_n ce sunt resturi pătratice mod p, cu alte cuvinte nu există soluţii la congruenţa x^2 ≡ F_n (mod p) pentru niciun n mai mare decât un anumit întreg m.
Primele 16 prime elitiste (secvenţa A102742 în OEIS): 3, 5, 7, 41, 15361, 23041, 26881, 61441, 87041, 163841, 544001, 604801, 6684673, 14172161, 159318017, 446960641.
Comentariu: Nu se cunoaşte dacă există o infinitate de prime elitiste.
Definiţie: Un număr prim p se numeşte prim anti-elitist dacă există doar un număr finit de numere Fermat F_n ce nu sunt resturi pătratice mod p.
Primele 16 prime anti-elitiste (secvenţa A128852 în OEIS): 2, 13, 17, 97, 193, 241, 257, 641, 673, 769, 2689, 5953, 8929, 12289, 40961, 49921.
Comentariu: Există o infinitate de prime anti-elististe.
Referinţe:
(1) *All elite primes up to 250 billion*, Alain Chaumont şi Tom Müler;
(2) *On anti-elite prime numbers*, Tom Müler.

Prime Euler
(vezi şi Numere norocoase ale lui Euler)
Notă: Prin prime Euler se înţeleg două seturi de numere diferite.
Definiţie 1: Primele generate de polinomul lui Euler n^2 – n + 41 pentru n de la 1 la 40.
Definiţie 2: Primele generate de polinoamele de tip Euler n^2 – n + m, pentru n de la 1 la m – 1, unde m este un număr norocos Euler (2, 3, 5, 11, 17 sau 41).
Notă: Polinomul lui Euler este cel mai cunoscut polinom generator de prime (40 de prime distincte pentru valori consecutive ale lui n).
Primele Euler în sensul definiţiei 1 (secvenţa A005846 în OEIS): 41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131, 151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421, 461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 797, 853, 911, 971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601.
Primele Euler în sensul definiţiei 2 (secvenţa A196230 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 83, 89, 97, 101, 107, 113, 127, 131,

149, 151, 173, 197, 199, 223, 227, 251, 257, 281, 313, 347, 383, 421, 461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 797, 853, 911, 971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601.

Notă: Până în prezent, polinoamele de gradul doi cunoscute a genera cele mai multe prime (în valoare absolută) distincte pentru valori consecutive ale lui n, pornind de la n = 0, sunt polinoamele 36*n^2 – 810*n + 2753, ce generează 45 de astfel de prime *(secvenţa A050268 în OEIS)* şi 47*n^2 – 1701*n + 10181, ce generează 43 de prime *(secvenţa A050267 în OEIS)*, descoperite de matematicienii Gilbert Fung şi Rusell Ruby. Pentru polinoame de orice grad, recordul este deţinut de un polinom de gradul cinci cu 57 prime distincte.

Comentariu: Mai există câteva clase de numere întregi denumite *„Euler zigzag numbers”* sau *„eulerian numbers”* cu aplicaţii în combinatorică *(secvenţele A000111, A000364, A008292 în OEIS)*.

Referinţe:

(1) *Prime-Generating Polynomial*, Weisstein, Eric W.;
(2) *Prime Generating Polynomials*, Ed Pegg Jr.;
(3) *A list of known root prime-generating quadratic polynomials producing more than 23 distinct primes in a row*, Marius Coman.

Prime Fibonacci-Wieferich

Definiţie: Un prim p, p > 5, este prim Fibonacci-Wieferich dacă p^2 divide numărul Fibonacci F(n), unde n = p – m, unde m are valoarea 1 dacă p ≡ ± 1(mod 5) respectiv valoarea -1 dacă p ≡ ± 2(mod 5).

Definiţie echivalentă: Un prim p este prim Fibonacci-Wieferich dacă L(p) = 1(mod p^2), unde L(p) este cel de-al p-lea număr Lucas.

Comentariu: Este conjecturat că există o infinitate de astfel de prime, deşi nici măcar unul nu este cunoscut până în prezent (căutarea s-a extins la numere mai mari decât 10^16).

Notă: Aceste prime sunt uneori numite şi prime Wall-Sun-Sun, după numele matematicienilor Donald Wall, Zhi Hong Sun şi Zhi Wei Sun, care au arătat, înainte de demonstrarea Marii Teoreme a lui Fermat de către matematicianul britanic Andrew Wiles, că un eventual contraexemplu p al primului caz al acestei teoreme (ecuaţia diofantică x^p + y^p = z^p nu are soluţii pentru p prim, p coprim cu x, y şi z) ar trebui să fie un prim Fibonacci-Wieferich.

Referinţe:

(1) *A search for Fibonacci-Wieferich and Wolstenholme primes*, Richard J. McIntosh şi Eric L. Roettger;
(2) *A few equivalences of Wall-Sun-Sun Prime Conjecture*, Arpan Saha şi Karthik C.S.

Prime gemene

(vezi şi Numere prime; Prime Chen; Prime constelaţie, Prime izolate, Prime sexy; Prime verişoare)

Definiţie: Perechile de prime de forma [p, p + 2].

Notă: Paternitatea sintagmei „prime gemene” îi aparţine matematicianului german Paul Stäckel.

Primele 10 perechi de prime gemene (secvenţele A001359 şi A006512 în OEIS): [3, 5], [5, 7], [11, 13], [17, 19], [29, 31], [41, 43], [59, 61], [71, 73], [101, 103], [107, 109].

Proprietăţi: În afara perechii de prime gemene [3, 5], toate celelalte sunt de forma [6*k – 1, 6*k + 1]. Primul termen al unei perechi de prime gemene este prin definiţie un prim Chen.
Conjectura primelor gemene: Există un infinit de perechi de prime consecutive p şi q astfel încât p – q = 2; cu alte cuvinte, există o infinitate de perechi de prime gemene. Conjectura, nedemonstrată până în prezent, este un caz particular al Conjecturii lui Polignac care stipulează acelaşi lucru pentru p – q = 2*k, unde k întreg pozitiv; este de asemenea un caz particular al Conjecturii lui Dickson.
Teorema lui Brun: Suma inverselor primelor gemene (*i.e.* (1/3 + 1/5) + (1/5 + 1/7) + (1/11 + 1/13) +…), indiferent dacă există sau nu o infinitate de perechi prime gemene, converge către o valoare finită numită constanta lui Brun.
Teorema lui Clement: Fiind dat un număr prim p, numărul p + 2 este prim dacă şi numai dacă p^2 + 2*p divide 4*(p – 1)! + p + 4.
Notă: Cea mai mare pereche de prime gemene cunoscută este formată din primele 3756801695685*2^666669 ± 1, este descoperită în cadrul proiectului Prime Grid şi dată publicităţii pe data de 25 decembrie 2011.
Referinţe:

(1) *On the twin prime conjecture*, Tomasz Buchert;
(2) *Introduction to twin primes and Brun's constant computation*, Pascal Sebah şi Xavier Gourdon;
(3) *The generalization of Clement's Theorem on pairs of primes*, Heonsoo Lee şi Yoen Yong Park.

Prime interioare
(vezi şi Numere concatenate; Numere Smarandache-Wellin)
Definiţie: Un prim interior al unui întreg n, n > 1, desemnat prin notaţia HP(n), abreviere de la *„home prime"*, este numărul prim obţinut dintr-un număr întreg prin următorul algoritm: pornind de la n, se concatenează factorii primi ai acestuia şi se repetă operaţia până la primul număr prim obţinut.
Exemplu: Pentru n = 9 avem: 9 = 3*3; 33 = 3*11; 311 este prim, deci HP(9) = 311 sau, cu alte cuvinte, 311 este numărul prim interior al lui 9.
Primele 19 prime interioare (secvenţa A037274 în OEIS): 1, 2, 3, 211, 5, 23, 7, 3331113965338635107, 311, 773, 11, 223, 13, 13367, 1129, 31636373, 17, 233, 19.
Comentariu: Este conjecturat (şi considerat pe baze probabilistice mai mult ca sigur adevărat) că există un prim interior pentru orice întreg n, n > 1 (deşi o demonstraţie nu există încă). Din unele numere întregi se obţine un prim în doar câteva iteraţii ale operaţiei arătate, în timp ce pentru altele este nevoie de mult mai multe iteraţii; astfel, pentru a obţine HP(49) este nevoie de mai mult de 100 de iteraţii (după 103 iteraţii se ajunge la un număr, încă compus, cu 217 cifre!).
Referinţe:

(1) *Dozenal home primes*, Jay L. Schiffman.

Prime izolate
(vezi şi Prime gemene)
Definiţie: Un prim izolat este numărul prim p cu proprietatea că nici p – 2 nici p + 2 nu sunt numere prime.
Primele 22 prime izolate (secvenţa A007510 în OEIS): 2, 23, 37, 47, 53, 67, 79, 83, 89, 97, 113, 127, 131, 157, 163, 167, 173, 211, 223, 233, 251, 257.
Proprietăţi: Marea majoritate a numerelor prime sunt prime izolate (sau, cum mai sunt denumite, *„single primes"* sau *„non-twin primes"*).

Prime înlănţuite Cunningham
(vezi şi Prime înlănţuite gemene; Prime progresive; Prime Sophie Germain)
Definiţie: Se numeşte „lanţ de prime Cunningham de tipul întâi de lungime n" *(„Cunningham chain of the first kind of length n")* seria de numere prime P_1, …, P_n cu proprietatea că, pentru $1 \leq i < n$, $P_{i+1} = 2*P_i + 1$; fiecare termen al acestei serii, exceptându-l pe ultimul, este un prim Sophie Germain, iar, de asemenea, fiecare termen al seriei, exceptându-l pe primul, este un prim asigurat.
Notă: Un lanţ de prime Cunningham se numeşte că este „complet" dacă nu mai poate fi extins, adică nici numărul obţinut prin această formulă anterior primului termen nici cel ulterior ultimului termen nu mai sunt numere prime.
Exemple: Seriile de prime [2, 5, 11, 23, 47] şi [89, 179, 359, 719, 1439, 2879] sunt lanţuri de prime Cunningham de tipul întâi de lungime 5, respectiv 7.
Definiţie: Se numeşte „lanţ de prime Cunningham de tipul al doilea" *(„Cunningham chain of the second kind of length n")* seria de numere prime P_1, …, P_n cu proprietatea că, pentru $1 \leq i < n$, $P_{i+1} = 2*P_i - 1$.
Exemple: Seriile de prime [2, 3, 5] and [1531, 3061, 6121, 12241, 24481] sunt lanţuri de prime Cunningham de tipul al doilea de lungime 3, respectiv 5.
Definiţie: Se numeşte „lanţ de prime Cunningham generalizat" *(„generalised Cunningham chain")* seria de numere prime P_1, …, P_n cu proprietatea că, pentru $1 \leq i < n$, $P_{i+1} = a*P_i + b$, unde a şi b sunt întregi coprimi iar a > 1.
Exemplu: Seria de prime [331, 1321, 5281, 21121, 84481] este un lanţ de prime Cunningham generalizat de lungime 5, obţinut după formula $P_{i+1} = 4*P_i - 3$.
Comentariu: Cele mai lungi lanţuri de prime Cunningham cunoscute conţin 17 prime şi sunt descoperite de matematicianul polonez Jaróslaw Wroblewski; unul dintre acestea, un lanţ de tipul întâi, are primul termen 2759832934171386593519; altul, un lanţ de tipul al doilea, are primul termen 1302312696655394336638441. Este conjecturat că există lanţuri de prime Cunningham arbitrar de lungi (cu alte cuvinte pot avea k termeni, unde k poate avea orice valoare, dar nu sunt infinit de lungi).
Notă: Aceste serii de prime sunt denumite astfel după matematicianul britanic Allan J.C. Cunningham.
Referinţe:
(1) *Polynomial Cunningham chains*, Lenny Jones.

Prime înlănţuite gemene
(vezi şi Prime gemene; Prime înlănţuite Cunningham)
Definiţie: Un „lanţ" format din două perechi de prime gemene de forma [n – 1, n + 1] şi [2*n – 1, 2*n + 1] este numit de către inginerul şi matematicianul Henri Lifchitz *„bitwin chain"*. Forma generică a unui astfel de lanţ de lungime i + 1 este [n – 1, n + 1], [2*n – 1, 2*n + 1],…, [2^i*n – 1, 2^i*n + 1]. Cel mai lung astfel de lanţ a fost descoperit în anul 1999 de către Paul Jobling şi conţine 7 perechi de prime gemene; acestea sunt primele gemene de forma 337190719854678690*2^n ± 1, unde n ia valori de la 0 la 6.
*Primele 17 valori ale lui n pentru care n – 1, n + 1, 2*n – 1, 2*n + 1 sunt simultan prime (secvenţa A066388 în OEIS)*: 6, 30, 660, 810, 2130, 2550, 3330, 3390, 5850, 6270, 10530, 33180, 41610, 44130, 53550, 55440, 57330.
Comentariu: Primele n – 1, 2*n – 1,…, 2^i*n – 1 formează un lanţ Cunningham de tipul întâi de lungime i + 1 iar primele n + 1, 2*n + 1,…, 2^i*n + 1 formează un lanţ Cunningham de tipul al doilea de lungime i + 1.
Referinţe:
(1) *New chains of prime numbers*, Henri Lifchitz.

Prime Labos
(vezi şi Prime Ramanujan)
Definiţie: Fie n un număr întreg, $n \geq 1$; L_n este cel de-al n-lea prim Labos dacă L_n este cel mai mic întreg pozitiv cu proprietatea că $pi(L_n) – pi(L_n/2) = n$, unde am notat cu pi(x) numărul tuturor primelor mai mici sau egale cu x.
Primele 17 prime Labos (secvenţa A080359 în OEIS): 2, 3, 13, 19, 31, 43, 53, 61, 71, 73, 101, 103, 109, 113, 139, 157, 173.
Proprietăţi: Dacă notăm cu P_n cel de-al n-lea număr prim iar numărul P este un prim Labos impar astfel încât $P_m < P/2 < P_{m+1}$, atunci există un prim între $2*P_m$ şi P.
Notă: Denumirea acestor numere provine de la matematicianul Elemer Labos ce le-a postat pentru prima oară pe OEIS.
Referinţe:

(1) *Ramanujan and Labos primes, their generalisations and classifications of primes*, Vladimir Shevelev.

Prime lungi
(vezi şi Numere ciclice; Prime Fermat; Prime unice)
Definiţie: Un prim p se numeşte prim lung (sau alteori *„full reptend prime”*) dacă perioada expansiunii decimale a numărului raţional 1/p are un număr de p – 1 cifre.
Exemplu: numărul 7 este un prim lung pentru că 1/7 este egal cu 0.142857142857…(unde numărul 142857 se va repeta la infinit după virgulă), deci are perioada egală cu 142857, un număr format din 6 cifre.
Primele 22 prime lungi (secvenţa A001913 în OEIS): 7, 17, 19, 23, 29, 47, 59, 61, 97, 109, 113, 131, 149, 167, 179, 181, 193, 223, 229, 233, 257, 263.
Notă: Numerele precum 142857, adică perioadele expansiunilor decimale ale numerelor 1/p, unde p este un prim lung, se numesc numere ciclice şi au proprietatea că prin permutări ciclice ale cifrelor generează multipli succesivi (astfel, de exemplu, pentru n = 142857, avem că n*2 = 285714; n*3 = 428571; n*4 = 571428; n*5 = 714285 iar n*6 = 857142).
Definiţie echivalentă: Un prim p se numeşte prim lung dacă numărul (10^(p – 1) – 1)/p este un număr ciclic, ceea ce înseamnă că este necesar dar nu şi suficient ca p să dividă numărul 10^(p – 1) – 1.
Comentariu: Nu se cunoaşte o metodă generală de găsire a primelor lungi dar s-a demonstrat că primele de anumite forme nu pot fi prime lungi (şi anume primele de forma 40*k + 1, 40*k + 3, 40*k + 9, 40*k + 13, 40*k + 27, 40*k + 31, 40*k + 37, 40*k + 39). Pe de altă parte, s-a arătat că circa 2/3 dintre numerele prime de forma 40*k + n, unde $n \neq \{1, 3, 9, 13, 27, 31, 37, 39\}$, sunt prime lungi (285 dintre primele 295 de prime de forma 120*k + 23 sunt prime lungi). De asemenea se ştie că primele Fermat sunt prime lungi.
Notă: Termenul de *„long primes”* a fost pentru prima oară folosit de matematicienii John Conway şi Richard Guy.
Referinţe:

(1) *The book of numbers*, John H. Conway şi Richard K. Guy.

Prime mănunchi
(vezi şi Prime constelaţie)
Definiţie: Un prim impar p se numeşte prim mănunchi dacă orice număr par mai mare decât zero şi mai mic decât p – 2 poate fi scris ca diferenţa dintre două prime, q şi r, unde q şi r sunt mai mici sau egale cu p.

Notă: Primele 23 de prime impare (de la 3 la 89, inclusiv) sunt toate prime mănunchi *(secvenţa A038134 în OEIS)*.
Primele 20 prime impare ce nu sunt prime mănunchi (secvenţa A038133 în OEIS): 97, 127, 149, 191, 211, 223, 227, 229, 251, 257, 263, 269, 293, 307, 331, 337, 347, 349, 367, 373.
Comentariu: Nu se cunoaşte dacă există o infinitate de prime mănunchi (matematicianul Paul Erdős a ridicat această întrebare).
Notă: Uneori şi constelaţiile de prime *(„prime constellations”)* mai sunt denumite mănunchi de prime *(„cluster of primes”)*; a nu se confunda cu primele mănunchi *(„cluster primes”)* tratate în acest articol.

Prime Mills
Definiţie: Primele generate de constanta lui Mills.
Notă: Constanta lui Mills este cel mai mic număr real pozitiv r astfel încât f((r^3)^n) este un număr prim pentru orice număr întreg pozitiv n, unde funcţia f(q) defineşte cel mai mare număr întreg care nu este mai mare decât numărul real q (William Mills a demonstrat în 1947 existenţa unui astfel de număr r). Valoarea lui r este necunoscută dar, dacă ipoteza lui Riemann este adevărată, aceasta este aproximativ 13/10. Nu se ştie dacă r este un număr raţional.
Notă: Ipoteza lui Riemann implică faptul că există un număr prim între oricare două numere cubice consecutive; deşi pare un fapt evident, încă nu există o demonstraţie în acest sens: matematicianul german Guido Hoheisel şi matematicianul englez Albert Ingham au arătat că într-adevăr există un număr prim între două cuburi consecutive suficient de mari (suficient de mari înseamnă, după utimele rezultate ale matematicianului Yuanyou Cheng, mai mari decât 10^6000000000000000000!).
Primele 5 prime Mills sub prezumţia că ipoteza lui Riemann e adevărată (secvenţa A051254 în OEIS): 2, 11, 1361, 2521008887, 16022236204009818131831320183.
Comentariu: Cel mai mare număr prim Mills calculat sub prezumţia arătată – caz în care a(1) = 2 ar fi primul număr prim din seria de prime Mills p(n) aproximate prin formula p(n)^(1/3^n) = r, unde r este constanta lui Mills iar n ordinul de mărime al numărului prim p(n) în cadrul seriei (primul, al doilea ş.a.m.d.) – este un număr cu aproximativ 20 de mii de cifre (matematicienii Chris Caldwell şi Yuanyou Cheng au calculat câteva mii de astfel de prime).
Notă: Matematicianul britanic Edward Maitland Wright a obţinut un rezultat asemănător celui al lui Mills, demonstrând că există un număr real r astfel încât f(((2^2)^2)^…^r), unde f(q) defineşte cel mai mare număr întreg care nu este mai mare decât numărul real q, este întotdeauna prim.
Referinţe:
- *(1) Determining Mills’ constant and a note on Honaker’s problem*, Chris K. Caldwell şi Yuanyou Furui Cheng.
- *(2) Explicit estimate on primes between consecutive cubes*, Yuanyou Furui Cheng;
- *(3) Formulas generating prime numbers under Cramér’s conjecture*, Bakir Farhi.

Prime minimale
(vezi şi Prime trunchiabile)
Definiţie: Numerele prime din care nu se obţine, prin îndepărtarea uneia sau mai multor cifre, niciun alt număr prim.
Exemplu: Numărul prim 409 este un prim minimal pentru că niciunul dintre numerele 4, 0, 9, 40, 49, 09 nu este prim.
Notă: Există exact 26 de prime minimale.

Cele 26 prime minimale (secvenţa A071062 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 19, 41, 61, 89, 409, 449, 499, 881, 991, 6469, 6949, 9001, 9049, 9649, 9949, 60649, 666649, 946669, 60000049, 66000049, 66600049.

Prime permutabile
(vezi Prime absolute)

Prime Pierpont
Definiţie: Numerele prime de forma 2^i*3^j + 1, unde i şi j sunt numere întregi non-negative.
Primele 21 prime Pierpont (secvenţa A005109 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 37, 73, 97, 109, 163, 193, 257, 433, 487, 577, 769, 1153, 1297, 1459.
Comentariu: Aceste numere sunt denumite după matematicianul american James Pierpont. Matematicianul american Andrew Gleason a conjecturat că există o infinitate de prime Pierpont.
Notă: Cel mai mare prim Pierpont cunoscut este numărul 3*2^7033641 + 1.
Comentariu: Aceste prime se mai numesc prime de clasa 1-, conform clasificării Erdős-Selfridge a primelor.
Clasificarea Erdős-Selfridge a primelor: Matematicienii Paul Erdős şi John Selfridge au clasificat numerele prime astfel: prime p de clasa 1+ dacă cel mai mare factor prim al lui p + 1 este 2 sau 3; prime p de clasa 1- dacă cel mai mare factor prim al lui p – 1 este 2 sau 3; dacă nu fac parte din aceste două clase, atunci primele sunt de clasa n+ unde n – 1 este clasa cea mai mare a unui factor prim al său, respectiv de clasa n- unde n + 1 este clasa cea mai mică a unui factor prim al său.
*Primele 21 prime clasa 1+, adică de forma 2^i*3^j – 1 (secvenţa A005105 în OEIS)*: 2, 3, 5, 7, 11, 17, 23, 31, 47, 53, 71, 107, 127, 191, 383, 431, 647, 863, 971, 1151, 2591.
Primele 21 prime clasa 2+ (secvenţa A005106 în OEIS): 13, 19, 29, 41, 43, 59, 61, 67, 79, 83, 89, 97, 101, 109, 131, 137, 139, 149, 167, 179, 197.
Primele 21 prime clasa 2- (secvenţa A005110 în OEIS): 11, 29, 31, 41, 43, 53, 61, 71, 79, 101, 103, 113, 127, 131, 137, 149, 151, 157, 181, 191, 197.

Prime Pillai
Definiţie: Numerele prime p pentru care există un întreg n, n > 0, astfel încât n! ≡ -1(mod p), dar fără ca p ≡ 1(mod n).
Primele 21 prime Pillai (secvenţa A063980 în OEIS): 23, 29, 59, 61, 67, 71, 79, 83, 109, 137, 139, 149, 193, 227, 233, 239, 251, 257, 269, 271, 277.
Proprietăţi: Există o infinitate de astfel de prime.
Notă: Aceste numere au fost studiate de matematicianul indian Subbayya S. Pillai.
Referinţe:

(1) *A modified problem of Pillai and some related questions*, G.E. Hardy şi M.V. Subbarao.

Prime plate
(vezi şi Prime subţiri)
Definiţie: Prime impare p cu proprietatea că numărul p + 1 este egal cu o putere a lui 2 sau cu o putere a lui 2 înmulţită cu un număr liber de pătrate.
Primele 23 prime plate (secvenţa A192862 în OEIS): 3, 5, 7, 11, 13, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 59, 61, 67, 73, 79, 83, 101, 103, 109, 113.
Referinţe:

(1) *Flat primes and thin primes*, Kevin A. Broughan şi Zhou Qizhi.

Prime probabile
(vezi Numere prime; Pseudoprime Fermat; Pseudoprime Lucas)
Definiţie: Denumită şi PRP (abreviere de la *„probable primes”*), clasa acestor numere cuprinde numerele ce satisfac Mica Teoremă a lui Fermat (sau un alt test de primalitate dintre cele câteva consacrate, bazate pe pseudoprime Fermat, pseudoprime Lucas ş.a.) pentru o anumită bază n sau pentru toate bazele (deci clasa PRP-urilor se împarte în prime, pseudoprime relative la baza n şi pseudoprime absolute).

Prime progresive
(vezi şi Numere prime; Numere primoriale; Prime constelaţie; Prime înlănţuite Cunningham)
Definiţie: Termenii progresiilor aritmetice de prime; acestea mai sunt cunoscute sub abrevierea AP-k (*„arithmetic progression”* având k temeni). O progresie aritmetică este seria de numere cu proprietatea că diferenţa dintre doi termeni consecutivi este constantă; desigur, o progresie aritmetică de prime presupune ca toţi termenii seriei să fie primi.
Exemplu: [7, 13, 19] este o AP-3 cu raţia 6 (formula progresiei este 7 + 6*n, unde n ia valori de la 0 la 2).
Exemplu: [151, 157, 163] este o CPAP-3 cu raţia 6 (formula progresiei este 151 + 6*n, unde n ia valori de la 0 la 2), deoarece 151, 157 şi 163 sunt prime consecutive.
Cele mai lungi progresii aritmetice de prime cunoscute:
AP-24: 468395662504823 + 205619*223092870*n, unde n de la 0 la 23;
AP-25: 6171054912832631 + 366384*223092870*n, unde n de la 0 la 24;
AP-26: 43142746595714191 + 23681770*223092870*n, unde n de la 0 la 25;
Comentariu: Un rol important în descoperirea acestor progresii l-a avut matematicianul polonez Jaróslaw Wroblewski. Funcţia primorial este foarte importantă în studiul progresiilor de acest tip (numărul 223092870 ce apare în progresiile arătate nu este altceva decât 23#).
Definiţie: Dacă în plus termenii progresiei aritmetice sunt prime consecutive, aceasta este cunoscută sub abrevierea CPAP-k *(„consecutive primes in arithmetic progression”).*
Notă: Cele mai mici prime consecutive aflate în progresie aritmetică de 3 respectiv de 4 termeni sunt *CPAP-3*: [3, 5, 7] respectiv *CPAP-4*: [251, 257, 263, 269]. Nu se cunosc cele mai mici prime consecutive aflate în progresie aritmetică cu mai mult de 6 termeni, dar se presupune că primul termen al unei CPAP-7 ar trebui să aibă peste 20 cifre.
Primul termen al celei mai lungi progresii aritmetice de prime consecutive cunoscută (având 10 termeni şi raţia egală cu 210):
1009969724697142476377866555879698403295093246891900418036034177589043
417033488821590672297 19.
Comentariu: În secolul XIX, matematicianul german Dirichlet a demonstrat că există o infinitate de numere prime de forma a + n*b pentru orice a şi b întregi (cu alte cuvinte există o infinitate de termeni primi în progresia aritmetică a, a + b, a + 2*b, …). Recent, matematicianul britanic Joseph Green şi matematicianul australian Terence Tao au demonstrat că există progresii aritmetice arbitrar de lungi având ca termeni doar numere prime (cu alte cuvinte pot avea k termeni, unde k poate avea orice valoare, dar nu sunt infinit de lungi). În sfârşit, este conjecturat că există progresii aritmetice de n prime consecutive pentru orice n.
Referinţe:
(1) *How to search for 26 primes in arithmetic progression?*, Jaróslaw Wroblewski;

(2) *Progressive primes*, Ivars Peterson.

Prime quasi-fibonoriale
(vezi Numere fibonoriale)

Prime Ramanujan
(vezi şi Prime Labos)
Definiţie: Fie n un număr întreg, $n \geq 1$; R_n este cel de-al n-lea prim Ramanujan dacă R_n este cel mai mic întreg pozitiv cu proprietatea că $pi(x) - pi(x/2) \geq n$ pentru orice $x \geq R_n$, unde am notat cu pi(x) numărul tuturor primelor mai mici sau egale cu x.
Notă: Această clasă de numere prime a apărut într-o demonstraţie pe care matematicianul Srinivasa Ramanujan a dat-o Teoremei Bertrand-Chebyshev (există întotdeauna cel puţin un număr prim între numerele n şi 2*n).
Primele 23 prime Ramanujan (secvenţa A104272 în OEIS): 2, 11, 17, 29, 41, 47, 59, 67, 71, 97, 101, 107, 127, 149, 151, 167, 179, 181, 227, 229, 233, 239, 241.
Proprietăţi: Dacă notăm cu P_n cel de-al n-lea număr prim iar numărul P este un prim Ramanujan impar astfel încât $P_m < P/2 < P_{m+1}$, atunci există un prim între P_m şi $2*P_{m+1}$. Circa jumătate dintre numerele prime mai mici decât 20000 sunt prime Ramanujan; aproape 80% dintre numerele prime mai mici decât 20000, ce sunt totodată cei mai mici termeni ai unei perechi de prime, sunt prime Ramanujan.
Referinţe:
(1) *Ramanujan and Labos primes, their generalisations and classifications of primes*, Vladimir Shevelev;
(2) *Generalised Ramanujan primes*, Nadine Amersi *et al.*

Prime reversibile
(vezi şi Prime palindromice)
Definiţie: Este reversibil un număr prim al cărui revers este tot un prim, dar diferit. Un astfel de prim se mai numeşte *„emirp”* din motive evidente (este reversul lui *„prime”*).
Notă: Unii matematicieni evită să numească aceste prime „reversibile” (şi preferă să le intituleze *„emirps”*) pentru a nu fi confundate cu primele palindromice (numite uneori şi ele prime reversibile). Pentru exemplificare, numărul prim 157 este un *„emirp”* pentru că şi numărul 751 este prim, în timp ce numărul prim 353 este palindromic pentru că este identic cu reversul său. De-aici menţiunea „prim diferit” în definiţie.
Primele 21 prime reversibile (secvenţa A006567 în OEIS): 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97, 107, 113, 149, 157, 167, 179, 199, 311, 337, 347, 359, 389, 701.

Prime Rowland
Definiţie: Fie următoarea relaţie de recurenţă: f(1) = 7 iar, pentru $n \geq 2$, f(n) = f(n – 1) + cmmdc(n, f(n – 1)); atunci primele rezultate prin formula f(n) – f(n – 1) se numesc prime Rowland (sau prime rezultate prin formula de recurenţă a lui Rowland).
Exemplu: f(2) = f(1) + cmmdc(2, 7) = 7 + 1 = 8; f(3) = f(2) + cmmdc(3, 8) = 8 + 1 = 9; f(4) = f(3) + cmmdc(4, 9) = 9 + 1 = 10; f(5) = f(4) + cmmdc(5, 10) = 10 + 5 = 15. Atunci 5 = f(5) – f(4) = 5 este un prim Rowland.
Notă: Formula f(n) – f(n – 1) are excepţionala proprietate de a avea ca rezultat doar numere prime sau pe numărul 1. Formula generează un prim p după ce generează un număr de (p – 3)/2 rezultate de 1; astfel, de exemplu, rezultatul 11 este precedat de (11 – 3)/2 = 4 rezultate de 1; rezultatul 23 este precedat de un număr de (23 – 3)/2 = 10 rezultate de 1 ş.a.m.d.

Primele 33 de numere rezultate prin formula f(n) – f(n – 1) (secvenţa A132199 în OEIS): 1, 1, 1, 5, 3, 1, 1, 1, 1, 11, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 23, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1.
Primele 28 de numere (desigur, prime) rezultate prin formula f(n) – f(n – 1), omiţându-l pe 1 (secvenţa A137613 în OEIS): 5, 3, 11, 3, 23, 3, 47, 3, 5, 3, 101, 3, 7, 11, 3, 13, 233, 3, 467, 3, 5, 3, 941, 3, 7, 1889, 3, 3779.
Comentariu: Această formulă a fost pentru prima oară remarcată în 2003 în tabăra de vară studenţească NKS (New Kind of Science) organizată de Wolfram Science şi a fost demonstrată ulterior de către unul dintre participanţii la această tabără, Eric Rowland. Tot acesta a conjecturat că toate primele impare pot fi generate prin această formulă, caz în care mulţimea primelor Rowland ar fi una şi aceeaşi cu mulţimea numerelor prime impare. O altă conjectură a aceluiaşi Eric Rowland este că pentru orice valoare naturală a lui f(1) în afara lui 7 există un m pentru care toate numerele obţinute prin formula f(n) – f(n – 1), unde n > m, sunt de asemenea numere prime sau 1.
Notă: Matematicianul francez Benoit Cloitre a descoperit ulterior o formulă asemănătoare: fie f(1) = 1 iar, pentru n ≥ 2, f(n) = f(n – 1) + cmmmc(n, f(n – 1)); atunci formula f(n)/f(n – 1) – 1 are de asemenea, ca rezultat, doar numere prime sau pe numărul 1.
Referinţe:

(1) *A simple prime-generating recurrence*, Eric Rowland;
(2) *A new formula for generating primes*, Ivars Peterson;
(3) *Generalizations of the Rowland Theorem*, Vladimir Shevelev;
(4) *An infinite set of generators of primes based on the Rowland ideea and conjectures concerning twin primes*, Vladimir Shevelev.

Prime sexy
(vezi şi Prime constelaţie; Prime gemene; Prime verişoare)
Definiţie: Perechile de prime de forma [p, p + 6].
Notă: Denumirea provine de la cuvântul latin pentru „şase”: *„sex”*.
Primele 10 perechi de prime sexy (secvenţele A023201 şi A046117 în OEIS): (5, 11), (7, 13), (11, 17), (13, 19), (17, 23), (23, 29), (31, 37), (37, 43), (41, 47), (47, 53).
Definiţie: Tripletele de prime de forma [p, p + 6, p + 12], unde p + 18 nu este prim, se numesc triplete de prime sexy.
Primele 4 triplete de prime sexy (secvenţele A046118 - A046120 în OEIS): (7, 13, 19), (17, 23, 29), (31, 37, 43), (47, 53, 59).
Definiţie: Cvadrupletele de prime de forma [p, p + 6, p + 12, p + 18] se numesc cvadruplete de prime sexy.
Primele 4 cvadruplete de prime sexy (secvenţele A023271, A046122 - A046124 în OEIS): (11, 17, 23, 29), (41, 47, 53, 59), (61, 67, 73, 79), (251, 257, 263, 269).
Notă: Există un singur p astfel încât p, p + 6, p + 12, p + 18 şi p + 24 să fie toate 5 prime, şi anume p = 5.
Comentariu: Cele mai mari perechi de prime sexy descoperite au peste 10000 de cifre, cele mai mari triplete peste 5000 de cifre, cele mai mari cvadruplete peste 1000 de cifre.

Prime slabe
(vezi şi Prime tari; Prime echilibrate; Prime bune)
Definiţie: Prime a căror valoare este mai mică decât media aritmetică dintre numărul prim imediat mai mic şi numărul prim imediat mai mare: $P_n < (P_{n-1} + P_{n+1})/2$.
Primele 23 prime slabe (secvenţa A051635 în OEIS): 3, 7, 13, 19, 23, 31, 43, 47, 61, 73, 83, 89, 103, 109, 113, 131, 139, 151, 167, 181, 193, 199, 229.

Prime Smarandache
(vezi Numere consecutive Smarandache, Numere primoriale, Numere Smarandache-Wellin)
Definiţie: Denumire generică pentru toate primele obţinute prin seriile Smarandache:
(1) Seriile formate prin concatenare, a căror proprietate deosebită este tocmai aceea că sunt foarte sărace în numere prime. Astfel, *e.g.*, clasa de numere denumită *„Reversed Smarandache concatenated numbers”*, definită pentru un n ca şi concatenarea tuturor întregilor pozitivi de la 1 la n, în ordine inversă: 1, 21, 321, 4321 ş.a.m.d. *(secvenţa A000422 în OEIS)*, cuprinde doar două prime cunoscute: pentru n = 82 şi n = 37765. De asemenea, seria Smarandache-Wellin, definită pentru un n ca şi concatenarea primelor n numere prime: 2, 23, 235, 2357 ş.a.m.d. *(secvenţa 046035 în OEIS)*, cuprinde doar opt prime cunoscute: pentru n = 1, 2, 4, 128, 174, 342, 435, 1429.
(2) Alte serii Smarandache: *„Smarandache prime product sequence”*, definită pentru n ca $P_n = 1 + p_1*p_2*\ldots*p_n$, unde p_n este cel de-al n-lea număr prim *(secvenţa 006862 în OEIS)*, *„Smarandache square product sequence”*, definită pentru n ca $S = 1 + s_1*s_2*\ldots*s_n$, unde s_n este cel de-al n-lea număr pătratic *(secvenţa 020549 în OEIS)* etc.

Prime Solinas
(vezi şi Prime Mersenne)
Definiţie: Prime de forma 2^a ± 2^b ± 1, unde 0 < b < a.
Primele 25 prime Solinas (secvenţa A165255 în OEIS): 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 47, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 97, 113, 127, 131, 137, 191.
Comentariu: Se numesc astfel după matematicianul Jerome Solinas; primul prim impar care nu este Solinas este 43.
Referinţe:
(1) *Solinas primes of small weight for fixed sizes*, José de Jesús Angel şi Guillermo Morales-Luna.

Prime Sophie Germain
(vezi şi Prime asigurate; Prime înlănţuite Cunningham)
Definiţie: Se numesc prime Sophie Germain numerele prime p cu proprietatea că numărul 2*p + 1 este, de asemenea, prim (numerele prime de forma 2*p + 1, unde p este prim, se numesc prime asigurate).
Notă: La începutul secolului XIX, Marie-Sophie Germain a demonstrat că primul caz al Marii Teoreme a lui Fermat (şi anume ecuaţia diofantică x^p + y^p = z^p nu are soluţii pentru p prim, p coprim cu x, y şi z) este adevărat dacă p este un astfel de prim (cu proprietatea că 2*p + 1 este, de asemenea, prim).
Primele 23 prime Sophie Germain (secvenţa A005384 în OEIS): 2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 53, 83, 89, 113, 131, 173, 179, 191, 233, 239, 251, 281, 293, 359, 419, 431.
Comentariu: Fiecare termen al unui lanţ de prime Cunningham de tipul întâi, exceptându-l pe ultimul, este un prim Sophie Germain.
Proprietăţi: Nu se cunoaşte dacă există o infinitate de prime Sophie Germain.
Notă: Cel mai mare prim Sophie Germain cunoscut a fost descoperit în 2012, are peste 200000 cifre şi este numărul 18543637900515*2^666667 – 1.

Prime Stern
Definiţie: Un prim Stern este numărul prim ce nu se poate scrie ca suma dintre un număr prim (mai mic) şi dublul pătratului unui întreg pozitiv; q este un astfel de prim dacă ecuaţia diofantică q = p + 2*n^2, unde p prim, p < q, nu are soluţii.

Cele 8 prime Stern cunoscute (secvenţa A042978 în OEIS): 2, 3, 17, 137, 227, 977, 1187, 1493.
Notă: Nu se cunosc decât 8 prime Stern; următorul astfel de prim, dacă există, ar trebui să fie mai mare decât 10^9. Euler a conjecturat că mulţimea acestor numere este finită.
Proprietăţi: Multe prime q pot fi scrise în foarte multe moduri distincte ca q = p + 2*n^2, unde p prim, p < q *(secvenţa A007697 în OEIS)*. Toate primele mai mari din perechile de prime gemene se pot scrie astfel: q = p + 2*1^2, deci nu pot fi prime Stern.
Comentariu: Aceste numere au fost pentru prima oară studiate de matematicianul german din secolul XIX Moritz Abraham Stern; lista sa originală cuprindea toate primele de acest fel cunoscute până acum, mai puţin pe numărul 3 (Stern îl considera pe 1 prim, iar 3 poate fi scris ca 1 + 2*1^2). Goldbach conjecturase, cu un secol înaintea lui Stern, că orice întreg impar poate fi scris ca p + 2*n^2, unde p prim sau egal cu 1 (considerat de Goldbach prim) iar n întreg, n ≥ 0. Stern a găsit două excepţii la această conjectură mai puţin cunoscută a lui Goldbach, şi anume numerele 5777 şi 5993 (acestea sunt singurele excepţii cunoscute până în prezent; o alta, dacă există, trebuie să fie un număr mai mare decât 10^9).
Referinţe:
(1) *A lesser-known Goldbach conjecture*, Laurent Hodges.

Prime subţiri
(vezi şi Prime plate)
Definiţie: Prime impare p cu proprietatea că numărul p + 1 este egal cu o putere a lui 2 sau cu o putere a lui 2 înmulţită cu un număr prim.
Primele 23 prime subţiri (secvenţa A192869 în OEIS): 3, 5, 7, 11, 13, 19, 23, 31, 37, 43, 47, 61, 67, 73, 79, 103, 127, 151, 157, 163, 191, 193, 211.
Referinţe:
(1) *Flat primes and thin primes*, Kevin A. Broughan şi Zhou Qizhi.

Prime tari
(vezi şi Prime slabe; Prime echilibrate; Prime bune)
Definiţie: Prime a căror valoare este mai mare decât media aritmetică dintre numărul prim imediat mai mic şi numărul prim imediat mai mare: $P_n > (P_{n-1} + P_{n+1})/2$.
Primele 15 prime tari (secvenţa A051634 în OEIS): 11, 17, 29, 37, 41, 59, 67, 71, 79, 97, 101, 107, 127, 137, 149, 163, 179, 191, 197, 223, 227, 239.
Comentariu: Dată fiind o pereche de prime gemene [P, P + 2], P este întotdeauna un prim tare.
Notă: Denumirea de prime tari *(„strong primes”)* este dată şi unei categorii de numere prime folosite în criptografie, definită astfel: p este un prim tare dacă ambele numere p – 1 şi p + 1 au factori primi mari.
Referinţe:
(1) *Are strong primes needed for RSA?*, Ronald L. Rivest şi Robert D. Silverman.

Prime titanice
(vezi şi Prime unice)
Definiţie: Numere prime ce au cel puţin o mie de cifre. Numerele prime ce au peste zece mii de cifre se numesc prime gigantice iar cele ce au peste un million de cifre se numesc megaprime.
Comentariu: Denumirea de „prime titanice” i se datorează matematicianului Samuel Yates. Se cunosc în prezent circa 60 megaprime, dintre care cel mai mare este un prim Mersenne cu aproape 13 milioane de cifre: 2^43112609 – 1.

Prime trunchiabile
(vezi şi Prime minimale)
Definiţie: Un prim trunchiabil stânga este un număr prim, ce nu conţine cifra 0, din care se obţin, prin îndepărtarea succesivă a primei cifre, numai numere prime.
Exemplu: 9137 este un astfel de număr pentru că 9137, 137, 37 şi 7 sunt prime.
Primele 24 prime trunchiabile stânga (secvenţa A024785 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 13, 17, 23, 37, 43, 47, 53, 67, 73, 83, 97, 113, 137, 167, 173, 197, 223, 283, 313, 317.
Notă: Există 4260 astfel de prime; al 4260-lea şi ultimul termen al acestei serii este 357686312646216567629137.
Definiţie: Un prim trunchiabil dreapta este un număr prim, ce nu conţine cifra 0, din care se obţin, prin îndepărtarea succesivă a ultimei cifre, numai numere prime.
Exemplu: 7393 este un astfel de număr pentru că 7393, 739, 73 şi 7 sunt prime.
Primele 24 prime trunchiabile dreapta (secvenţa A024785 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 23, 29, 31, 37, 53, 59, 71, 73, 79, 233, 239, 293, 311, 313, 317, 373, 379, 593, 599, 719.
Notă: Există 83 astfel de prime; al 83-lea şi ultimul termen al acestei serii este 73939133.
Prime trunchiabile atât stânga cât şi dreapta (secvenţa A020994 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 23, 37, 53, 73, 313, 317, 373, 797, 3137, 3797, 739397.
Notă: Există 15 astfel de prime.
Comentariu: Dacă e ridicată condiţia ca numărul prim să nu conţină cifra 0, atunci seria numerelor prime trunchiabile stânga este infinită (va conţine termenii 103, 107, 307 etc.). De asemenea au fost studiate primele din care se obţin tot numere prime îndepărtând succesiv câte una dintre cifre, dar nu neapărat de la stânga sau de la dreapta ci la alegere (*„deletable primes" – secvenţa A080608 în OEIS*); s-a conjecturat (de către matematicianul american Chris Caldwell) că există o infinitate de astfel de prime.

Prime unice
(vezi şi Prime lungi; Prime repunit; Prime titanice)
Definiţie: Un număr prim diferit de 2 sau 5 se numeşte unic dacă lungimea perioadei expansiunii decimale a numărului raţional 1/p nu este egală cu lungimea perioadei expansiunii decimale a niciunui alt număr 1/q, unde q este de asemenea prim.
Notă: Inversul oricărui număr prim în afara numerelor 2 şi 5 este un număr raţional periodic (expansiunea sa decimală se va repeta periodic până la infinit, de exemplu perioada lui 1/7 este 142857, deci 1/7 = 142857142857142857…)
Exemplu: 3, 11 şi 37 sunt prime unice pentru că lungimea perioadelor numerelor 1/3, 1/11 şi 1/37 (şi anume 09, 027 şi 0099), de unu, două, respectiv trei cifre, nu mai este împărtăşită de lungimea perioadei altui număr raţional 1/q, unde q este prim.
Primele 12 prime unice (secvenţa A040017 în OEIS): 3, 11, 37, 101, 9091, 9901, 333667, 909091, 99990001, 999999000001, 9999999900000001, 909090909090909091.
Lungimea perioadelor primelor 24 prime unice (secvenţa A051627 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 10, 12, 9, 14, 24, 36, 48, 38, 19, 23, 39, 62, 120, 150, 106, 93, 134, 294, 196, 320.
Observaţie: Bazat pe faptul că fiecare prim repunit este totodată şi prim unic, s-a conjecturat că numărul acestora din urmă este infinit. Până în prezent, cel mai mare PRP unic este numărul repunit (10^270343 – 1)/9.
Notă: Primele unice au fost descrise pentru prima oară în 1980 de către matematicianul Samuel Yates (acelaşi căruia i se datorează sintagma „prime titanice"). Cel mai mare prim unic cunoscut este un număr cu 10625 de cifre descoperit în decembrie 2012.

Comentariu: Matematicianul Shyam Sunder Gupta a definit în 1988 aşa-numitele numere unice, clasă de numere ce nu are nimic în comun (în afară de denumire) cu primele definite mai sus.
Definiţie: Numerele unice sunt constantele obţinute prin scăderea unui număr cu n cifre poziţionate în ordine ascendentă (de exemplu 56789) dintr-un număr cu aceleaşi n cifre poziţionate în ordine descendentă (98765); aceste diferenţe sunt întotdeauna aceleaşi pentru numerele având acelaşi număr de cifre.
Exemplu: 98765 – 56789 = 54321 – 12345 = 41976.
Primele 9 numere unice (secvenţa A019566 în OEIS): 0, 9, 198, 3087, 41976, 530865, 6419754, 75308643, 864197532.
Referinţe:

(1) *Unique numbers*, Shyam Sunder Gupta.

Prime verişoare
(vezi şi Prime gemene; Prime constelaţie; Prime sexy)
Definiţie: Perechile de prime de forma [p, p + 4].
Primele 10 perechi de prime verişoare (secvenţele A023200 şi A046132 în OEIS): [3, 7], [7, 11], [13, 17], [19, 23], [37, 41], [43, 47], [67, 71], [79, 83], [97, 101], [103, 107].
Proprietăţi: În afara perechii de prime verişoare [3, 7], toate celelalte sunt de forma [6*k + 1, 6*k – 1]. Suma inverselor primelor verişoare (*i.e.* (1/3 + 1/7) + (1/7 + 1/11) + (1/13 + 1/17) +…) converge către o constantă de aceeaşi natură ca şi constanta lui Brun în cazul primelor gemene.
Notă: Cele mai mari perechi de prime verişoare cunoscute au circa 11 mii de cifre.
Referinţe:

(1) *On the twin and cousin primes*, Marek Wolf;
(2) *A sieve for cousin primes*, H.J. Weber.

Prime Wagstaff
Definiţie: Primele p de forma p = (2^q + 1)/3, unde q este, de asemenea, prim.
Notă: Numele acestor prime provine de la matematicianul american Samuel S. Wagstaff Jr.
Cele 30 sigur prime Wagstaff cunoscute (secvenţa A000978 în OEIS): 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 31, 43, 61, 79, 101, 127, 167, 191, 199, 313, 347, 701, 1709, 2617, 3539, 5807, 10501, 10691, 11279, 12391, 14479, 42737.
Următoarele 11 probabil prime Wagstaff cunoscute (secvenţa A000978 în OEIS): 83339, 95369, 117239, 127031, 138937, 141079, 267017, 269987, 374321, 986191, 4031399.
Comentariu: Primele Wagstaff apar în ceea ce se numeşte Noua Conjectură a lui Mersenne sau Conjectura Bateman-Selfridge-Wagstaff, ce statuează că orice p impar ce satisface două din trei condiţii o satisface obligatoriu şi pe a treia; aceste trei condiţii sunt: p = 2^k ± 1 sau p = 4^k ± 3, unde k natural; 2^p – 1 este prim (Mersenne); (2^p + 1)/3 este prim (Wagstaff). Conjectura este verificată pentru toate primele p < 10^7.
Notă: Unele surse au extins denumirea, vorbind despre numere Wagstaff ca despre numerele de forma (2^q + 1)/3, unde q este prim.
Referinţe:

(1) *A really trivial proof for proving Wagstaff numbers prime*, Anton Vrba.

Prime Wall-Sun-Sun
(vezi Prime Fibonacci-Wieferich)

Prime Wieferich
(vezi şi Numere puternice; Prime Wilson; Pseudoprime Catalan)
Definiţie: Un număr prim p se numeşte prim Wieferich dacă satisface relaţia 2^(p – 1) ≡ 1(mod p^2).
Notă: Mica Teoremă a lui Fermat arată că orice prim impar satisface relaţia 2^(p – 1) ≡ 1(mod p).
Notă: Singurele două prime Wieferich cunoscute până în prezent sunt numerele 1093 şi 3511; următorul, dacă ar exista, ar trebui să fie mai mare decât 4*10^12.
Comentariu: Matematicianul german Arthur Wieferich a demonstrat în 1909 că, dacă ecuaţia diofantică x^p + y^p = z^p, unde p prim impar, are soluţii [x, y, z] coprime cu p, atunci p trebuie să satisfacă relaţia 2^(p – 1) ≡ 1(mod p^2), adică să fie prim Wieferich. Ecuaţia arătată nu este altceva decât un caz particular al Marii Teoreme a lui Fermat, demonstrată la sfârşitul XX, potrivit căreia ecuaţia diofantică x^n + y^n = z^n nu are soluţii pentru n > 2. Matematicianul rus Dmitry Semionovitch Mirimanoff a demonstrat în 1910 acelaşi lucru pentru p ce satisface relaţia 3^(p – 1) ≡ 1(mod p^2), drept pentru care primele p cu proprietatea că p^2 divide 3^(p – 1) – 1 se numesc uneori prime Mirimanoff (se cunosc deocamdată doar două astfel de prime: 11 şi 1006003).
Proprietăţi: Adeverirea conjecturii lui Erdős că nu există 3 numere puternice consecutive ar implica existenţa unei infinităţi de prime non-Wieferich.
Definiţie: Sintagma „pereche de prime Wieferich" are o semnificaţie deosebită: se referă la perechile de prime [p, q] cu proprietatea că p^(q – 1) ≡ 1(mod q^2) iar q^(p – 1) ≡ 1(mod p^2).
Notă: Singurele perechi de prime Wieferich cunoscute până în prezent sunt [2, 1093], [3, 1006003], [5, 1645333507], [83, 4871], [911, 318917] şi [2903, 18787].
Comentariu: Existenţa altor soluţii [p, q] în afară de soluţia [2, 3] la ecuaţia diofantică ştiută drept problema Catalan, şi anume x^p – y^q = ± 1 (singura soluţie cunoscută este 3^2 – 2^3 = 1 şi Conjectura Catalan stipulează că nu mai există alte soluţii), ar presupune ca perechea de soluţii [p, q] să fie o pereche de prime Wieferich.
Notă: Conjectura Catalan a fost recent demonstrată de către matematicianul român Preda Mihăilescu şi se numeşte acum, după numele celui care a demonstrat-o, Teorema Mihăilescu.
Referinţe:
(1) *On Catalan's Conjecture*, Preda Mihăilescu;
(2) *A history of a solved conjecture*, Neculai Stanciu.

Pseudoprime Catalan
(vezi şi Numere Catalan; Numere pseudoprime; Prime Wieferich)
Notă: Denumirea acestor pseudoprime i se datorează matematicianului belgian din secolul XIX Eugène Charles Catalan.
Definiţie: Pseudoprimele Catalan sunt numerele compuse impare n ce satisfac relaţia de congruenţă (-1)^((n – 1)/2)*C((n – 1)/2) ≡ 2(mod n), unde C(m) desemnează cel de-al m-lea număr Catalan.
Singurele 3 pseudoprime Catalan cunoscute (secvenţa A163209 în OEIS): 5907,1194649,12327121.
Comentariu: Dintre cele 3 pseudoprime Catalan cunoscute, al doilea şi al treilea sunt pătratele singurelor două prime Wieferich cunoscute: 1194649 = 1093^2 iar 12327121 = 3511^2.
Referinţe:
(1) *Catalan numbers, primes and twin primes*, Christian Aebi şi Grant Cairns;
(2) *Catalan pseudoprimes*, Gary Davis.

Pseudoprime Cipolla
(vezi şi Numere pseudoprime; Pseudoprime Fermat)
Definiţie: Pseudoprimele Cipolla reprezintă o clasă infinită de pseudoprime Fermat de bază a, deci de numere compuse n ce satisfac relaţia a^(n – 1) ≡ 1(mod n), şi anume cele ce satisfac următoarea teoremă: fie p un număr prim astfel încât p să nu dividă a*(a^2 – 1) şi numerele întregi m şi n astfel încât m = (a^p – 1)/(a – 1) şi n = (a^p + 1)/(a + 1); atunci numărul C = m*n este un pseudoprim Cipolla de bază a.
Notă: Din teorema arătată obţinem formula pseudoprimelor Cipolla de bază 2 şi anume C = (4^p – 1)/3.
Primele 8 pseudoprime Cipolla de bază 2 (secvenţa A210454 în OEIS): 341, 5461, 1398101, 22369621, 5726623061, 91625968981, 23456248059221, 96076792050570581.
Notă: Formula pseudoprimelor Cipolla de bază 3 este C = (9^p – 1)/8.
Primele 8 pseudoprime Cipolla de bază 3 (secvenţa A210461 în OEIS): 91, 7381, 597871, 3922632451, 317733228541, 2084647712458321, 168856464709124011, 1107867264956562636991.
Notă: Aceste pseudoprime au fost descoperite în 1904 de către matematicianul italian Michele Cipolla.
Referinţe:
(1) *Cipolla pseudoprimes*, Y. Hamahata şi Y. Kokubun.

Pseudoprime Euler
(vezi şi Numere Carmichael; Numere pseudoprime, Peudoprime Euler-Jacobi; Peudoprime Fermat)
Definiţie: Pseudoprimele Euler în baza a sunt numerele compuse n ce satisfac relaţia de congruenţă a^((n – 1)/2) ≡ ±1(mod n).
Primele 16 pseudoprime Euler în baza 2 (secvenţa A006970 în OEIS): 341, 561, 1105, 1729, 1905, 2047, 2465, 3277, 4033, 4681, 5461, 6601, 8321, 8481, 10261, 10585.
Definiţie: Pseudoprimele Euler ce satisfac relaţia de congruenţă arătată pentru orice bază a se numesc pseudoprime Euler absolute.
Primele 16 pseudoprime Euler absolute (secvenţa A033181 în OEIS): 1729, 2465, 15841, 41041, 46657, 75361, 162401, 172081, 399001, 449065, 488881, 530881, 656601, 670033, 838201, 997633.
Proprietăţi: Pentru orice n pseudoprim absolut Euler şi p factor prim al său, (p – 1) divide (n – 1)/2.
Comentariu: Orice pseudoprim Euler în baza a este totodată pseudoprim Fermat în baza a; orice pseudoprim absolut Euler este totodată pseudoprim absolut Fermat; se vede însă din criteriul de divizibilitate pentru factorii primi, mai restrictiv în cazul pseudoprimelor absolute Euler decât criteriul lui Korselt în cazul pseudoprimelor absolute Fermat (al numerelor Carmichael), ce impune ca, pentru orice număr Carmichael C şi p factor prim al său, (p – 1) să dividă (C – 1), că nu şi orice pseudoprim Fermat este un pseudoprim Euler.
Referinţe:
(1) *Euler pseudoprimes for half of the bases*, Lorenzo Di Biagio.

Pseudoprime Fermat
(vezi şi Numere Carmichael, Numere Poulet, Numere pseudoprime, Pseudoprime Euler)

Definiţie: Numerele compuse n care satisfac relaţia a^(n – 1) ≡ 1(mod n) pentru un întreg a (unele definiţii impun ca n să fie coprim cu a, ceea ce restrânge mulţimea acestor pseudoprime, de exemplu numerele n pare nu sunt acceptate ca pseudoprime Fermat de bază 2) se numesc pseudoprime Fermat de bază a (pseudoprime Fermat relative); cele ce satisfac congruenţa arătată pentru orice a se numesc pseudoprime Fermat absolute (sau numere Carmichael): ele sunt singurele numere compuse ce satisfac relaţia arătată pentru orice întreg a numit bază (Mica Teoremă a lui Fermat arată că toate numerele prime n satisfac această relaţie pentru orice a).
Notă: Pseudoprimele Fermat absolute se mai numesc numere Carmichael; pseudoprimele relative Fermat de bază 2 se mai numesc numere Poulet.
Primele 16 numere Carmichael (secvenţa A002997 în OEIS): 561, 1105, 1729, 2465, 2821, 6601, 8911, 10585, 15841, 29341, 41041, 46657, 52633, 62745, 63973, 75361.
Primele 16 numere Poulet (secvenţa A001567 în OEIS): 341, 561, 645, 1105, 1387, 1729, 1905, 2047, 2465, 2701, 2821, 3277, 4033, 4369, 4371, 4681.
Primele 16 pseudoprime Fermat de bază 3 (secvenţa A005935 în OEIS): 91, 121, 286, 671, 703, 949, 1105, 1541, 1729, 1891, 2465, 2665, 2701, 2821, 3281, 3367.
Proprietăţi: Există o infinitate de numere Carmichael şi de asemenea o infinitate de pseudoprime relative Fermat pentru orice bază a. Orice pseudoprim Fermat impar n este pseudoprim într-un număr par de baze a (*e.g.* 15 este pseudoprim Fermat în bazele 4 şi 11; 49 este pseudoprim Fermat în bazele 18, 19, 30 şi 31). Dacă n este pseudoprim Fermat în baza a, atunci n este pseudoprim Fermat în baza n*b + a pentru orice întreg nonnegativ b.
Referinţe:

(1) *On pseudoprimes having special forms and a solution of K. Szymiczek's problem*, A. Rotkiewicz.

Pseudoprime Fibonacci
(vezi şi Numere Fibonacci; Numere pseudoprime, Pseudoprime Lucas)
Definiţie: Numerele compuse impare n ce satisfac una dintre următoarele două relaţii: n divide F(n – 1) dacă n ≡ ±1(mod 5) respectiv n divide F(n + 1) dacă n ≡ ±2(mod 5), unde F(m) este cel de-al m-lea număr Fibonacci.
Primele 16 pseudoprime Fibonacci (secvenţa A081264 în OEIS): 323, 377, 1891, 3827, 4181, 5777, 6601, 6721, 8149, 10877, 11663, 13201, 13981, 15251, 17119, 17711.
Referinţe:

(1) *On the generalized Fibonacci pseudoprimes*, Adina Di Porto *et al.*;
(2) *A note on strong Fibonacci pseudoprimes*, Rudolf Lidl şi Winfried B. Müler.

Pseudoprime Lucas
(vezi şi Numere Lucas; Numere pseudoprime; Pseudoprime Fibonacci)
Definiţie: Numerele compuse n cu proprietatea că n divide L(n) – 1, unde L(n) este cel de-al n-lea număr Lucas.
Primele 16 pseudoprime Lucas (secvenţa A005845 în OEIS): 705, 2465, 2737, 3745, 4181, 5777, 6721, 10877, 13201, 15251, 24465, 29281, 34561, 35785, 51841, 54705.
Referinţe:

(1) *Lucas pseudoprimes*, Robert Baillie şi Samuel S. Wagstaff, Jr.;
(2) *On the infinitude of Lucas pseudoprimes*, Paul S. Btuckman.

Pseudoprime Perrin
(vezi şi Numere Perrin; Numere pseudoprime)

Definiţie: Numerele compuse n cu proprietatea că n divide P(n), unde P(n) este cel de-al n-lea număr Perrin (toate numerele prime n satisfac relaţia arătată).
Primele 9 pseudoprime Perrin (secvenţa A005845 în OEIS): 271441, 904631, 16532714, 24658561, 27422714, 27664033, 46672291, 102690901, 130944133.
Referinţe:

(1) *A note on Perrin pseudoprimes*, Steven Arno.

Pseudoprime tari

(vezi şi Numere pseudoprime; Pseudoprime Euler)
Definiţie: Se numesc „pseudoprime tari" (*„strong pseudoprimes"*) de bază a pseudoprimele S cu proprietatea că S = n*2^k + 1 şi a^n ≡ 1(mod S).
Notă: Toate pseudoprimele tari au o anumită bază a; nu există „pseudoprime tari absolute", precum „pseudoprime Fermat absolute" sau „pseudoprime Euler absolute".
Primele 15 pseudoprime tari în baza 2 (secvenţa A001262 în OEIS): 2047, 3277, 4033, 4681, 8321, 15841, 29341, 42799, 49141, 52633, 65281, 74665, 80581, 85489, 88357.
Notă: Toate pseudoprimele tari sunt pseudoprime Euler (nu şi reciproc), deci acestea sunt o subclasă a clasei pseudoprimelor Euler. Denumirea *„strong pseudoprimes"* se foloseşte însă şi generic pentru a desemna o clasă de numere compuse ce rezistă şi unor teste puternice de primalitate (se comportă ca prime).
Referinţe:

(1) *Pseudoprimes stronger than strong pseudoprimes*, John H. Castillo *et al.*

DICŢIONAR ENGLEZ-ROMÂN DE NOŢIUNI DE TEORIA NUMERELOR

abc Conjecture — conjectură cu implicaţii în demonstrarea Marii Teoreme a lui Fermat (acum demonstrată) şi în studiul primelor Wieferich, ce statuează în esenţă că, dat fiind 3 întregi coprimi a, b, c ce satisfac relaţia a + b = c şi d produsul factorilor primi distincţi ai produsului a*b*c, atunci d nu este mult mai mic decât c

absolute value of an integer: valoarea non-negativă a numărului întreg (adică valoarea pozitivă a sa dacă numărul este diferit de 0 sau 0 dacă numărul este 0)

abundancy index: indicatorul de abundenţă: raportul dintre suma divizorilor unui număr şi numărul însuşi; în cazul unui număr perfect, acesta este egal cu 2; în cazul unui număr k-multiperfect, aceasta este egală cu k; în cazul unui număr k-hemiperfect, este egală cu k/2, unde k întreg pozitiv

addition: operaţia de adunare; proprietăţile adunării numerelor întregi sunt: comutativitatea: a + b = b + a; asociativitatea: (a + b) + c = a + (b + c); existenţa unui element neutru: a + 0 = 0 + a = a; existenţa opusului numărului întreg: a + b = b + a = 0

AKS primality test: test de primalitate creat de matematicienii indieni Manindra Agrawal, Neeraj Kayal şi Nitin Saxena în 2002

aliquot divisors of a number: divizori alicoţi: toţi divizorii pozitivi ai unui număr n (inclusiv 1), în afara lui n însuşi

aliquot sequence: seria recurentă în care fiecare termen este egal cu suma divizorilor termenului anterior (excluziv acesta însuşi); de exemplu, seria alicotă a numărului 10 este 10, 8, 7, 1, 0, pentru că: σ(10) – 10 = 1 + 2 + 5 = 8; σ(8) – 8 = 1 + 2 + 4 = 7; σ(7) – 7 = 1; σ(1) – 1 = 0

aliquot sum of (divisors of) a number: suma alicotă a (divizorilor) lui n, egală cu suma divizorilor alicoţi ai lui n; dacă aceasta este egală cu valoarea lui n însuşi, n este un aşa numit număr perfect

aperfect number: abreviere de la *„additive perfect number”*, o generalizare a numerelor perfecte, datorată matematicienilor József Sándor şi Lehel István Kovács ; numărul întreg pozitiv n este aperfect dacă σ(n) = n + 2

AP-k: abreviere pentru o progresie aritmetică de k prime; cea mai lungă astfel de progresie cunoscută este o AP-26

apocalyptic numbers: sunt mai multe clase de numere denumite astfel, ce ţin de matematica recreativă: numerele cu 666 cifre, puterile lui 2 ce conţin, consecutiv, cifrele 6, 6, 6 ori numerele Fibonacci ce au 666 cifre

arithmetic derivative: funcţia f(x) definită pe mulţimea numerelor naturale astfel: f(0) = f(1) = 0, f(p) = 1 pentru p prim şi f(m*n) = f(m)*n + m*f(n); de exemplu f(81) = f(9*9) = f(9)*9 + 9*f(9) = 2*(9*f(9)) = 18*f(3*3)) = 18*(1*3 + 3*1) = 108 *(secvenţa A003415 în OEIS)*

arithmetic mean: medie aritmetică; media aritmetică a unui set de n valori [x_1, x_2, …, x_n] este egală cu (x_1 + x_2 +…+ x_n)/n

augmented amicable pair: perechea de numere [m, n] cu proprietatea că σ(m) = σ(n) = m + n – 1; o astfel de pereche este [6160, 11697]; s-a conjecturat că există o infinitate de astfel de perechi şi că unul dintre numerele m şi n este par iar celălalt impar

Beach-Williams Pell numbers: Nume dat unor clase de soluţii ale ecuaţiei diofantice Pell *(secvenţele A212074-A212083 în OEIS)*

Beal Conjecture: generalizare a Marii Teoreme a lui Fermat, ce statuează că, dacă există soluţii întregi pozitive [a, b, c, x, y, z] la ecuaţia a^x + b^y = c^z, unde x, y, z > 2, atunci a, b şi c au un factor comun; omul de afaceri american Andrew Beal a oferit un premiu de 100000 dolari pentru demonstraţia conjecturii sau pentru descoperirea unui contraexemplu; conjectura este încă nedemonstrată

beprisque numbers: numerele naturale n cu proprietatea că numerele adiacente n – 1 şi n + 1 sunt unul dintre ele prim iar celălalt un pătrat perfect: 1, 2, 3, 8, 10, 24, 48, 80, 82, 168 ş.a.m.d. *(secvenţa A163492 în OEIS)*

Bertrand's Postulate: Postulatul lui Bertrand, ce statuează că între oricare două numere naturale n şi 2*n (pentru n > 2) există cel puţin un număr prim; a fost demonstrat de matematicianul rus din secolul XIX Pafnuty Chebyshev (i s-a spus postulat, nu conjectură, din cauza evidenţei sale; acum se mai numeşte şi Teorema Bertrand-Chebyshev)

Bézout's Identity:	stipulează că, pentru orice numere întregi a şi b, cel puţin unul diferit de 0, există x şi y întregi astfel încât a*x + b*y = cmmdc(a, b)
binary operation:	operaţia ce implică două elemente ale unui set având ca rezultat un element al aceluiaşi set
binomial (n, k):	o altă notaţie pentru C(n, k), coeficientul binomial („combinări de n luate câte k")
biquadratic number:	puterea a patra a unui număr întreg n, deci n^4; primele astfel de numere: 0, 1, 16, 81, 256, 625, 1296, 2401 ş.a.m.d. *(secvenţa A000583 în OEIS)*
Brazilian primes:	numerele prime de forma 1 + n + n^2 +…+ n^k, unde n >1, k > 1; astfel de prime sunt: 7, 13, 31, 43, 73, 127, 157, 211, 241 ş.a.m.d. *(secvenţa A085104 în OEIS)*
cake number:	numărul maxim de „bucăţi" rezultate prin secţionarea unui cub (a unei prăjituri – *„cake"*) prin n planuri; valoarea sa este dată de formula C_n = (n^3 + 5*n + 6)/3 *(secvenţa A000125 în OEIS)*
CC-k:	abreviere pentru *„Cunningham chain of length k"*
ceiling of a real number – ceiling(x):	cel mai mic număr întreg care nu este mai mic decât numărul real x
centered cube numbers:	numere figurative date de formula n^3 + (n+1)^3 *(secvenţa A005898 în OEIS)*
characteristic function:	denumirea funcţiei ce asociază elementelor unei anumite submulţimi a unei mulţimi valoarea 1 iar celorlaltor elemente ale mulţimii valoarea 0; de exemplu funcţia ce asociază valoarea 1 numerelor prime şi valoarea 0 celorlaltor numere întregi pozitive: 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1 ş.a.m.d *(secvenţa A10051 în OEIS)*
Chinese remainder theorem:	Teorema chineză a resturilor: există o clasă de numere întregi unic determinată de resturile împărţirii la un set de numere întregi; are aplicaţii în criptografie
Chowla's sum of divisors:	suma divizorilor unui număr, exceptând pe 1 şi numărul însuşi (funcţie denumită după matematicianul indian Sarvadaman Chowla)
Closed-form expression:	o expresie matematică (o combinaţie de variabile, constante şi operatori) ce se poate exprima printr-un număr finit de funcţii cunoscute
companion Pell numbers:	o altă denumire pentru numerele Pell-Lucas

complementary Bell numbers: o clasă de numere (denumită şi numere Uppuluri-Carpenter) definită asemănător numerelor Bell *(secvenţa A000587 în OEIS)*

(a and b are) congruent modulo n: diferenţa dintre a şi b este multiplu de n (restul împărţirii lui a la n este egal cu restul împărţirii lui b la n); de exemplu 57 ≡ 37 (mod 10)

consecutive number sequences: seriile obţinute prin concatenarea diferitelor tipuri de numere; multe dintre acestea au fost studiate de Smarandache, de aceea acestea se mai numesc serii Smarandache *(Smarandache sequences)*.

convenient numbers: o altă denumire pentru numerele potrivite *(numeri idonei)*

Conway's primegame: algoritmul matematicianului John Conway de producere a primelor cu ajutorul programului Fractran: pentru lista de fracţii (17/91, 78/85, 19/51, 23/38, 29/33, 77/29, 95/23, 77/19, 1/17, 11/13, 13/11, 15/14, 15/2, 55/1) şi n = 2, programul generează (pe lângă alte numere), numerele 2^p unde p = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 (…), adică p are doar valori prime *(secvenţa A034785 în OEIS)*

CPAP-k: abreviere pentru *„consecutive primes in arithmetic progression"* (k prime consecutive în progresie aritmetică); cea mai lungă astfel de progresie cunoscută este o CPAP-10

cuban primes: clasă de numere prime ce se exprimă ca diferenţa dintre două cuburi succesive

cubefree number: număr liber de cuburi (nu este divizibil cu niciun întreg pozitiv la puterea a treia, cu excepţia lui 1)

cubeful number: numere ce au cel puţin un factor prim ridicat la puterea a treia

cubefull number: numere cu proprietatea că toţi factorii lor primi sunt cel puţin la puterea a treia

cyclic permutation: permutare ciclică; noţiunea are în algebră mai multe definiţii dar în teoria numerelor se referă de obicei la cifrele unui număr: operaţia iterativă de inserţie a cifrelor sale de la sfârşit la început (sau invers); din 4131 se obţin 1413, 3141, 1314

defective numbers: o altă denumire pentru numerele deficiente

deletable primes: numere prime din care se obţin tot prime îndepărtând succesiv câte una din cifre

denominator (of a fraction): numitorul (unei fracţii)

depression primes: prime palindromice având prima şi ultima cifră identice şi mai mari decât toate celelalte cifre, identice, de asemenea, între ele (*e.g.* 322222223).

descriptive sequence: serie cu valoare recreativă, în care, pornind de la un număr întâmplător, fiecare temen adăugat îl descrie „narativ" pe anteriorul: de exemplu 2, 12, 1112, 3112 se citeşte doi (2), un doi (12), un unu şi un doi (1112), trei de unu şi un doi (3112) ş.a.m.d.

dihedral (calculator) primes: numere prime cu valoare pur recreativă: din reprezentarea lor pe un ecran LED bazat pe redarea cifrelor în 7 segmente, când e oglindită, răsucită etc., rezultă tot un prim *(secvenţa A134996 în OEIS)*

digitaddition generator: se spune despre numerele Devlali sau columbiene, ce nu pot fi scrise n + S(n), unde n este întreg iar S(n) este suma cifrelor lui n, că nu au un aşa numit *„digitaddition generator"*, adică nu există un astfel de n

digital root of a number: rădăcina cifrică a unui număr (operaţia iterativă de adunare a cifrelor unui număr până se ajunge la o unică cifră; de exemplu rădăcina cifrică a lui 58 este 4 deoarece 5 + 8 = 13 iar 1 + 3 = 4)

digitally balanced numbers: numere ce au, în baza 2, acelaşi număr de cifre 0 şi de cifre 1

D-numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor 3-Knödel, ce cuprinde numerele naturale n mai mari decît 3 cu proprietatea că n divide numărul m^(n – 2) – m pentru orice m coprim cu n şi $m \leq n$

Diophantine equation: ecuaţie diofantică (ecuaţie ce permite ca soluţii doar numere întregi)

Diophantine m-tuple: un set de m numere întregi cu proprietatea că produsul oricăror două dintre ele este egal cu un pătrat perfect minus 1; exemplu, primul set de 4 astfel de numere descoperit, de către Fermat: [1, 3, 8, 120]

(a number) divides into (another number): (un număr) divide (alt număr); de exemplu 7 divide 21; sintagma e uşor ambiguă, sensul său putând fi uşor deturnat prin adăugarea altui cuvânt

(a number is) divisible by (another number): (un număr) este divizibil cu (alt număr); de exemplu 21 este divizibil cu 7

division: operaţia de împărţire

doubly even number: un număr par ce este divizibil nu doar cu 2 ci şi cu 4

economical number: denumire pentru un număr ce aparţine fie clasei numerelor frugale, fie celei a numerelor echidigitale

ECPP: abreviere de la „*Elliptic Curve Primality Proving*”, test de primalitate

EEF: Electronic Frontier Foundation, ONG internaţional ce se ocupă cu protecţia drepturilor de autor, a oferit premii pentru descoperirea primului număr prim cu peste 1 milion de cifre (50 de mii de dolari, acordat), cu peste 10 milioane de cifre (100 de mii de dolari, acordat); cu peste 100 milioane de cifre (150 de mii de dolari, se aşteaptă), respectiv cu peste 1 miliard de cifre (250 de mii de dolari, se aşteaptă)

Egyptian fraction: numărul raţional exprimat ca o sumă de fracţii ce au ca numărător numărul 1 şi ca numitor un număr întreg (*e.g.* 1/2 + 1/4 + 1/7)

emirp: prim reversibil (se vede că „*emirp*” este reversul lui „*prime*”); de exemplu 79 este un astfel de prim pentru că şi reversul său 97 este prim, şi, în plus, este diferit de 79; un prim identic cu reversul său precum, de exemplu, 313 se numeşte palindromic

empty product: concept ce asociază multiplicarea lui 0 cu numărul 1, folosit în definirea funcţiei factorial, primorial etc., potrivit căruia 0! = 1, 0# = 1 ş.a.m.d.

Entringer numbers: clasă de numere întregi cu aplicaţii în combinatorică

Erdős number: un indice creat ca un omagiu adus lui Paul Erdős şi atribuit matematicienilor; cei care au colaborat cu Erdős însuşi au numărul Erdős 1, cei care au colaborat ulterior cu colaboratorii direcţi ai lui Erdős au numărul Erdős 2 ş.a.m.d.

Erdős problems: matematicianul Paul Erdős a oferit un număr de premii pentru rezolvarea unor probleme încă nerezolvate sau pentru demonstrarea unor conjecturi, premii constând în câteva zeci până la câteva mii de dolari; în pofida faptului că Erdős a încetat din viaţă, premiile sunt încă active şi administrate de matematicianul american Ronald Lewis Graham

Erdős-Strauss conjecture: conjectură datând din 1948, datorată matematicienilor Paul Erdős şi Ernst Straus, ce stipulează că pentru orice întreg pozitiv n mai mare decât 1 există numerele

întregi pozitive x, y şi z astfel încât 4/n = 1/x + 1/y + 1/z; conjectura este încă nedemonstrată, dar verificată pe computer până la n = 10^14

Eric numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor belgiene

Euler's theorem: dacă a şi n sunt numere întregi pozitive coprime, atunci a^φ(n) ≡ 1(mod n)

Euler's totient of n: indicatorul lui Euler: numărul de numere naturale mai mici sau egale cu n ce sunt relativ prime cu n

evil numbers: numerele non-negative ce au un număr par de cifre de 1 în dezvoltarea lor binară *(secvenţa A001969 în OEIS)*

exponent laws: denumite şi *„power rules"*, reprezintă regulile operaţiilor cu puteri; acestea sunt: x^m*x^n = x^(m + n), x^m/x^n = x*(m – n), (x^m)^n = x^(m*n), (x*y)^n = x^n*y^n, (x/y)^n = x^n/y^n, x^(-n) = 1/x^n, (x/y)^(-n) = (y/x)^n, x^1 = x, x^0 = 1

exponentially divisor of a number n: divizor exponenţial al unui număr n (d cu proprietatea că d = p_1^b_1* … .* p_n^b_n îl divide pe n = p_1^a_1* … .* p_n^a_n şi în plus b_r îl divide pe a_r pentru orice r, 1 ≤ r ≤ n)

e-divisor of a number: abreviere pentru *„exponentially divisor of a number"*

e-perfect number: abreviere pentru *„exponentially perfect number"*

(the) factoring problem sintagmă ce se referă la ineficienţa metodelor actuale de descompunere în factori primi; *e.g.*, recent, pentru factorizarea unui număr cu circa 230 de cifre, s-au folosit câteva sute de computere timp de 2 ani; dificultatea e sporită dacă numărul e semiprim (pe acest lucru se bazează şi algoritmul RSA de criptografiere în cheie publică)

factorisation of a number: descompunerea în factori primi a unui număr

falling factorial: funcţia factorial descrescător – notată uneori $(x)_n$ – este egală cu x*(x – 1)* … (x – (n – 1)), unde n ≥ 0

Fermat's Last Theorem Ultima (sau Marea) Teoremă a lui Fermat, ce statuează că ecuaţia diofantică x^n + y^n = z^n nu are soluţii pentru n > 2, demonstrată la mai bine de 3 secole de la enunţare, una dintre cele mai mediatizate teoreme, ce a dat naştere la mii de „fermatişti" doritori să o demonstreze (nu

în ultimul rând pentru că la începutul secolului XX s-a oferit un important premiu în bani pentru demonstrarea ei)

Fermat's Little Theorem Mica Teoremă a lui Fermat, denumită „mică” pe nedrept ţinînd cont de importanţa sa neegalată în studiul numerelor prime, ce statuează că, dacă p este un număr prim, atunci p divide numărul n^p – n pentru orice număr întreg n. Reciproca nu este însă adevărată; există şi numere neprime ce satisfac această relaţie: acestea se numesc pseudoprime absolute Fermat

fermatians: o altă denumire pentru clasa numerelor Poulet

Fibonacci factorial numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor fibonoriale

Fields Medal: Premiul Fields, constând dintr-o medalie de aur şi 15 mii de dolari canadieni, instituit de matematicianul canadian John Charles Fields; premiul se acordă pentru merite deosebite în cercetare la maximum 4 matematicieni având sub 40 de ani, din 4 în 4 ani

floor of a real number – floor(x): cel mai mare număr întreg care nu este mai mare decât numărul real x

fractional congruence: se poate întâlni formularea a congruent modulo cu b chiar când doar b este întreg iar a este raţional doar dacă a = m/n unde m şi n sunt întregi coprime; în acest caz este vorba de fapt despre m congruent modulo cu b

Fractran: numele unui program de calculator creat de matematicianul John Conway ce funcţionează astfel: se dă o listă ordonată de numere raţionale exprimate ca fracţii f şi un întreg n; pentru prima fracţie din listă pentru care f*n este un număr întreg se înlocuieşte f cu f*n; se repetă procesul până ce nu se mai obţine niciun întreg

full reptend primes o altă denumire pentru clasa primelor lungi

generating function f(x): funcţia generatoare f(x) este funcţia egală cu suma de la n = 0 la n = ∞ a produselor a_n*x^n; coeficienţii acestor termeni dau seria $\{a_0, a_1, …\}$

Genocchi numbers: clasă de numere întregi cu aplicaţii în combinatorică *(secvenţa A001469 în OEIS)*

geometric mean: medie geometrică; media geometrică a unui set de n valori $[x_1, x_2, …, x_n]$ este egală cu $(x_1*x_2*…*x_n)$^(1/n)

gigantic prime: desemnează, în terminologia teoriei numerelor, un prim cu peste zece mii de cifre

Glaisher primes: numerele prime obţinute prin concatenarea zecimalelor constantei Glaisher-Kinkelin *(secvenţa A118420 în OEIS)*

golden ratio: numărul de aur sau raportul de aur: o constantă matematică, un număr iraţional ce se obţine din raportul temenilor consecutivi ai seriei de numere Fibonacci, celebru prin faptul că se regăseşte în multe probleme de geometrie, în multe proporţii naturale, în pictură, sculptură, arhitectură etc. Două numere x şi y sunt în raport de aur dacă $x/y = (x + y)/x$

greatest common divizor (= gcd): cel mai mare divizor comun

rencontres numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor subfactoriale

hailstone numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor minunate *(„wondrous numbers”)*

(n-th) harmonic number: numărul raţional egal cu suma inverşilor primelor n numere naturale $(1 + 1/2 + 1/3 +\ldots+ 1/n)$

harmonic divisor numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor Ore; a nu se confunda cu clasa aşa numitelor *harmonic numbers*, compusă din numerele raţionale H_n, reprezentând suma de la $k = 1$ la $k = n$ a raporturilor $1/k$

harmonic mean: medie armonică; media armonică a unui set de n valori $[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ este egală cu $n/((1/x_1)*(1/x_2)*\ldots*(1/x_n))$

Heegner numbers: clasă de numere întregi cu doar nouă termeni (1, 2, 3, 7, 11, 19, 43, 67, 163) dar cu multe aplicaţii în teoria numerelor, descoperită de Gauss şi atestată de Heegner (în sensul că lista termenilor e completă)

heteromecic numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor rectangulare

heterogeneous numbers: numere eterogene: două numere se spune că sunt astfel dacă factorii lor primi sunt distincţi

heuristic argument: argument euristic: argument în sprijinul unei ipoteze ştiinţifice bazat pe experienţă, analogie sau intuiţie (nu pe o demonstraţie); pe astfel de argumente se bazează, de exemplu, conjectura că mulţimea primelor Fermat este finită

hex number: o altă denumire pentru un număr centrat hexagonal, dat de formula de recurenţă H_n

= $6*T_n + 1 = 3*n^2 + 3*n + 1$, unde $T_n = n*(n + 1)/2$ este al n-lea număr triunghiular

Hilbert's problems — o listă de 23 de probleme supuse atenţiei matematicienilor de David Hilbert la începutul secolului XX; dintre acestea, o parte n-au fost încă rezolvate iar o parte şi-au găsit rezolvarea: demonstraţia unora dintre ele a rămas însă încă controversată

hoax numbers: numere compuse având următoarea proprietate: suma cifrelor lor este egală cu suma cifrelor factorilor lor primi, exceptându-l pe 1; astfel de numere sunt 22, 58, 84, 85, 94 ş.a.m.d. *(secvenţa A019506 în OEIS)*

homogeneous numbers: numere omogene: două numere se spune că sunt astfel dacă factorii lor primi sunt identici

Honaker's problem: problemă ce priveşte tripletele de prime [p, q, r], p < q < r, cu proprietatea că p divide numărul q*r + 1; matematicienii Chris Caldwell şi Yuanyou Cheng au arătat că există doar trei astfel de triplete până la p < 2*10^17, *i.e.* [2, 3, 5], [3, 5, 7] şi [61, 67, 71], şi au conjecturat că acestea sunt singurele astfel de triplete

idoneal numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor potrivite (din denumirea latină *„numeri idonei"*)

iff: abreviere pentru *„if and only if"* = „dacă şi numai dacă" (despre o condiţie necesară şi suficientă)

integer sequences: serii de numere întregi

integer-valued polynomial: denumit şi *„numerical polynomial"*, un polinom a cărui valoare este un număr întreg pentru orice valoare întreagă a variabilei; orice polinom cu coeficienţi întregi este un astfel de polinom, dar nu numai: un astfel de polinom este şi $(1/2)*n^2 + (1/2)*n = (1/2)*n*(n + 1)$, pentru că unul dintre numerele n şi n + 1 trebuie să fie par

irreducible polynomial: polinom ce nu poate fi descompus în două (sau mai multe) polinoame netriviale; aceste polinoame au multe asemănări cu numerele prime, ce nu pot fi descompuse în factori primi

Iverson bracket: paranteza lui Iverson: o convenţie ce asociază valoarea 1 fiecărui număr ce îndeplineşte o anumită condiţie şi valoarea 0 fiecărui număr ce n-o îndeplineşte: astfel,

de exemplu, seria numerelor întregi pozitive coprime cu 10 se poate reprezenta ca: 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1 (…)

Jacobi symbol: simbolul Jacobi, definit pentru un număr întreg a şi un număr natural impar n, reprezintă, dacă m este compus, produsul simbolurilor Legendre definite pentru a şi factorii primi ai lui n; dacă m este prim, atunci simbolul Jacobi se reduce la simbolul Legendre

Jordan-Polya numbers: o denumire a clasei de numere ce cuprinde toate numerele ce se pot scrie ca produsul a două sau mai multe numere factoriale *(secvenţa A001013 în OEIS)*

juggler numbers: denumirea numerelor aparţinând seriilor de numere întregi (ce par a avea aceeaşi proprietate ca aceea conjecturată de Collatz pentru numerele minunate, şi anume de a se sfârşi cu numărul 1) formate astfel: M_{k+1} este egal cu partea întreagă a lui M_k^(1/2) pentru M_k par şi cu M_k^(3/2) pentru M_k impar

Kakutani Problem O altă denumire pentru Problema 3*x + 1 (Conjectura lui Collatz)

k-fold perfect numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor multiperfecte

k-jagged numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor k-neuniforme (sau *„k-rough numbers”*)

Kronecker's delta: funcţie denumită după matematicianul german Leopold Kronecker, având două variabile şi două valori: 1 dacă cele două variabile sunt egale şi 0 în caz contrar

k-almost primes: denumire pentru numerele ce au exact k factori primi

k-sieve: denumire generică pentru programele ce se ocupă cu rezolvarea problemelor Riesel şi Sierpiński (găsirea, prin eliminarea potenţialelor astfel de numere) a celor mai mici numere Riesel respectiv Sierpiński

k-tuple primes: constelaţie de prime de ordin k

leading coefficient of a polynomial: coeficientul primului termen al polinomului (*e.g.* 5 în polinomul 5*x^2 – 6*x + 7)

least abundant numbers: numere cel mai puţin abundente: o altă denumire pentru clasa numerelor quasi-perfecte

least common multiple (= lcm): cel mai mic multiplu comun

least deficient numbers: numere cel mai puţin deficiente: o altă denumire pentru clasa numerelor aproape perfecte

leading coefficient: coeficientul primului termen al polinomului; de exemplu 5 este acest coeficient pentru polinomul 5*x^3 – 4*x^2 + x + 1

Legendre symbol: simbolul Legendre, definit pentru un număr întreg a şi un număr prim impar p, este o funcţie ce poate avea trei valori: 0 (dacă a mod p = 0), 1 (dacă a mod p ≠ 0 şi a este rest pătratic modulo p) respectiv -1 (dacă a nu este rest pătratic modulo p)

legion's number: e definit, în aritmetica recreativă, în două feluri diferite: odată ca fiind 666^666 (un număr cu 1881 cifre) şi odată ca 666!^666!

Lehmer's totient problem: problemă ce constă în găsirea răspunsului la întrebarea dacă există sau nu un număr compus n astfel încât φ(n) să dividă n – 1, unde φ(n) este funcţia totient (indicatorul lui Euler); dacă există, un astfel de număr ar trebui să fie un număr Carmichael, să fie mai mare decât 10^22 şi să aibă cel puţin 14 factori primi

Leonardo numbers: clasă de numere definite prin recurenţă şi înrudite cu numerele Fibonacci prin formula $L_n = 2*F_{n+1} – 1$

Leviathan number numărul (10^666)!

linear form: un polinom de gradul întâi

LLR test: abreviere pentru testul de primalitate Lucas-Lehmer-Riesel

Lucas-Lehmer test: test de primalitate, creat de matematicianul Édouard Lucas şi îmbunătăţit de matematicianul Derrick Lehmer, având la bază Teorema lui Lehmer, cunoscută şi ca inversa Micii Teoreme a lui Fermat: dacă există n astfel încât n^(p – 1) ≡ 1(mod p) şi pentru toate numerele prime q ce divid p – 1 e adevărat că n^((p – 1)/q) nu este congruent cu 1(mod p), atunci p este prim

magic square: pătrat magic: desemnează, în matematica recreativă, un aranjament al numerelor într-un tabel cu acelaşi număr de linii şi coloane astfel încât suma numerelor pe fiecare linie, pe fiecare coloană şi pe diagonale să fie aceeaşi

megaprime: desemnează, în terminologia teoriei numerelor, un prim cu peste un milion de cifre

Millennium Prize Problems: desemnează 7 probleme matematice subliniate în anul 2000 de Institutul de Matematică Clay; acesta a oferit un milion de dolari pentru rezolvarea fiecăreia dintre

	ele; doar una a fost rezolvată până în prezent de matematicianul rus Grigori Perelman (care a declinat însă premiul, precum declinase anterior şi Premiul Fields)
Mills primes:	desemnează primele a căror existenţă a demonstrat-o în anii 40 ai secolului XX matematicianul Mills; acesta a arătat că există un număr real (nu întreg) r pentru care partea întreagă a numărului r^(3^n) este întotdeauna un număr prim
Mirimanoff primes:	numerele prime p cu proprietatea că p^2 divide 3^(p – 1) – 1
multiamicable numbers:	de-a lungul timpului au existat mai multe încercări de a generaliza clasa numerelor amiabile, care însă nu s-au impus; una dintre acestea defineşte o pereche de numere multiamiabile astfel: suma alicotă a divizorilor unuia dintre ele este multiplu al sumei alicote a divizorilor celuilalt
multiplication:	operaţia de înmulţire; proprietăţile înmulţirii numerelor întregi sunt: comutativitatea: a*b = b*a; asociativitatea: (a*b)*c = a*(b*c); distributivitatea: a*(b + c) = a*b + a*c; existenţa unui element neutru: a*1 = 1*a = a
multiply perfect numbers (MPN's):	o altă denumire pentru clasa numerelor multiperfecte
natural density:	măsoară întinderea unei submulţimi în cadrul unei mulţimi (sau mulţimii) de numere naturale
near products primes:	prime de forma n ± 1, unde n este un întreg compus (după o anumită formulă); de exemplu primele factoriale, primele primoriale etc.
NewPGen:	program de căutare a unor tipuri de prime (gemene, Sophie Germain, lanţuri Cunningham ş.a.m.d.)
non-Mersenne primes:	deoarece majoritatea dintre numerele prime mari cunoscute sunt prime Mersenne (9 dintre primele 10 cele mai mari numere prime descoperite sunt prime Mersenne), s-a introdus această sintagmă pentru a desemna numere prime foarte mari ce nu sunt prime Mersenne
non-twin primes:	o altă denumire pentru clasa primelor izolate
number of derangements:	numărul de permutări a elementelor unei mulţimi astfel încât niciun element să nu revină la poziţia iniţială

numerator (of a fraction): numărătorul (unei fracţii)

oblong numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor rectangulare

odious numbers: numerele non-negative ce au un număr impar de cifre de 1 în dezvoltarea lor binară *(secvenţa A000069 în OEIS)*

one-to-one corespondence: corespondenţă biunivocă

Open PFGW: program de descoperire a megaprimelor de anumite tipuri (factoriale, primoriale etc.)

(two numbers are of) opposite parity: unul dintre numere este par, iar celălalt impar

(a set of integers is) pairwise coprime: o mulţime de numere întregi este astfel dacă oricare două numere distincte m şi n aparţinând mulţimii sunt coprime

palindrome: se referă, în aritmetică, la un număr palindromic; „palindrom", în DEX '98, înseamnă „grup de cuvinte sau cuvânt care poate fi citit de la stânga la dreapta şi de la dreapta la stânga fără să-şi piardă sensul"

palprimes: o altă denumire pentru clasa primelor palindromice

panarithmic numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor practice

Pascal's rule: denumirea unei identităţi din combinatorică, şi anume C(n, k) + C(n , k – 1) = C (n – 1, k) pentru $1 \leq k \leq n + 1$

Pascal's triangle: un aranjament în forma unui triunghi din coeficienţi binomiali ilustrând regula lui Pascal

PDP's: *Plateau and Depression Primes*

Pell's equation: ecuaţia diofantică x^2 – n*y^2 = 1; Lagrange a demonstrat că, dacă n nu este pătrat perfect, ecuaţia are o infinitate de soluţii (numere întregi); aceste soluţii folosesc la aproximarea rădăcinii pătrate a lui n prin fracţiile x/y.

perfect square: pătrat perfect: număr natural cu proprietatea că rădăcina sa pătrată (radicalul de ordin doi) este un număr întreg

period of a decimal expansion: perioada (expansiunii decimale a) unui număr raţional; de exemplu perioada numărului 1/7 = 0.142857142857… este numărul (care se va repeta la infinit după virgulă) 142857

period of a prime p: se mai denumeşte uneori astfel numărul de cifre al perioadei expansiunii decimale a numărului raţional periodic 1/p; deci perioada lui 7 va fi numărul de cifre al numărului 142857, şi anume 6

plastic number: o constantă matematică ce se obţine din raportul temenilor consecutivi ai seriei de numere Perrin, analogă ca natură constantelor denumite *golden ratio* şi *silver ratio*

plateau primes: prime palindromice având prima şi ultima cifră identice şi mai mici decât toate celelalte cifre, identice, de asemenea, între ele (*e.g.* 1777771).

pluperfect numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor multiperfecte

pluperfect digital invariants (=PPDI): o altă denumire pentru clasa numerelor Armstrong

PMP's: *Palindromic Merlon Primes* (prime de forma 3223223, ce au o cifra centrală şi cele din margini identice iar celelalte cifre interioare identice şi ele între ele şi diferite de primele)

Pollard's algorithm algoritm de factorizare datorat lui John Pollard, aplicabil doar unui anumit tip de factori

Polish notation: un tip de notare a operaţiilor matematice inventat de filozoful şi logicianul polonez Jan Łukasiewicz în 1920, fără răspândire în aritmetică dar cu aplicaţii în informatică; numită şi notaţie „prefix" pentru că pune operatorii înaintea numerelor, faţă de notaţia „postfix" ce îi pune la urma acestora sau cea „infix", notaţia uzuală; exemplu: (4 – 2)*5 în notaţia uzuală s-ar scrie *(4 2) 5 în această notaţie

polydivisible number: e definit, în aritmetica recreativă, ca fiind numărul cu următoarele proprietăţi: prima sa cifră nu este 0, numărul alcătuit din primele sale două cifre este divizibil cu 2, cel alcătuit din primele sale 3 cifre este divizibil cu 3 ş.a.m.d.; un astfel de număr, avînd 25 cifre, este numărul 3608528850368400786036725

polygonal centered numbers: o subclasă a numerelor figurative ce cuprinde *centered triangular numbers (secvenţa A005448 în OEIS), centered hexagonal numbers (secvenţa A003215 în OEIS)* ş.a.m.d.

polynomial: polinom (expresia de lungime finită construită din variabile şi constante folosind doar operaţiile de adunare, scădere, înmulţire şi ridicare la o putere non-negativă; operaţia de împărţire este

permisă, însă numai dacă numitorul este o constantă, nu o variabilă)

primality of a number: primalitatea unui număr (proprietatea acestuia de a fi prim); aceasta se testează prin diverse metode

prime-counting function: numărul de prime mai mic sau egal cu un număr real x; se notează cu π(x) sau pi(x); acesta este aproximat de aşa numita Teoremă a numerelor prime

prime-generating polynomial: polinomul f(n) ce are proprietatea de a genera numere prime pentru multe valori ale lui n; cel mai cunoscut astfel de polinom este polinomul lui Euler f(n) = n^2 – n + 41 ce generează prime distincte pentru primele 40 de valori ale lui n: 41, 43, 47, 53 ş.a.m.d. Goldbach a demonstrat în secolul XVIII că nu există un polinom cu coeficienţi întregi care să genereze prime pentru toate valorile întregi ale lui n

prime gap: distanţa dintre două prime succesive (diferenţa dintre ele); cea mai mare astfel de distanţă cunoscută, între două prime având cca 8000 de cifre, are valoarea 337446 *(secvenţa A001223 în OEIS)*

Prime Grid: proiect de descoperire a numerelor prime mari, bazat pe o infrastructură computerizată comună (deschisă), ce numără mii de participanţi din zeci de ţări

Prime Grid's 12121 Prime Search: proiect în cadrul Prime Grid de descoperire a primelor Merssene de forma 121*2^n – 1 precum şi a primelor de forma 121*2^n + 1; în februarie 2012 a fost descoperit megaprimul 121*2^4553899 – 1

Prime Grid's 2721 Prime Search: proiect în cadrul Prime Grid de descoperire a primelor Merssene de forma 27*2^n – 1 precum şi a primelor de forma 27*2^n + 1; în februarie 2012 a fost descoperit megaprimul 27*2^3855094 – 1

Prime number theorem (PNT): Teorema numerelor prime, ce statuează că π(x), numărul de prime mai mic sau egal cu x, are valoarea aproximativă x/ln(x)

prime sieve: un tip de algoritm pentru generarea numerelor prime; astfel există Sita lui Eratostene, Sita lui Sundaram, Sita lui Atkin ş.a.m.d.

prime spiral: spirala numerelor prime, cunoscută şi drept spirala lui Ulam: un arajament în plan, în formă de spirală, al numerelor prime, ce evidenţiază o anumită concentraţie în distribuţia numerelor prime, ce echivalează

cu tendinţa unor polinoame de gradul doi de a genera multe prime

primitive prime factor: un număr prim p este un astfel de factor al numărului a_k dacă, fiind dată o serie infinită de numere întregi a_n, p îl divide pe a_k dar nu divide niciun alt număr a_j, j < k

PRP's: *Probable Primes* (clasa numerelor prime probabile, ce cuprinde numerele ce satisfac „Mica Teoremă a lui Fermat" sau un alt test de primalitate, şi anume primele şi pseudoprimele)

pronic numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor rectangulare

proper divizor: divizor alicot: un divizor al unui număr n, exceptând pe n însuşi (de exemplu 1, 2, şi 3 sunt astfel de divizori pentru numărul 6)

public-key criptography: teoria numerelor este renumită prin a fi considerată ramura matematicii cu cele mai puţine aplicaţii practice; una dintre puţinele aplicaţii practice ale sale este în criptografia în cheie publică, bazată pe dificultatea descompunerii în factori primi a semiprimelor mari (algoritmul RSA)

PWP's: *Palindromic Wing Primes* (prime de forma 99999199999, ce au o cifră centrală şi două „aripi" având acelaşi număr de cifre, identice şi diferite de cea centrală)

quadratic mean: medie pătratică; mai este denumită şi *RMS („Root Mean Square")*

quadratic polynomial: polinom de gradul doi

quadratic reciprocity theorem: fiind date numerele impare prime p şi q şi numărul întreg x, atunci ecuaţiile x^2 ≡ p(mod q) şi y^2 ≡ q(mod p) au ori ambele soluţii ori, dimpotrivă, ambele nu au soluţii, cu excepţia cazului când p şi q sunt ambele de forma 4*k + 3, caz în care una dintre ecuaţii are soluţii iar cealaltă nu; demonstraţia teoremei (conjecturată de Euler) îi aparţine lui Gauss, care a denumit-o şi Teorema de aur

quadratic residue: rest pătratic (dacă există un întreg x, 0 < x < n, astfel încât restul împărţirii lui x^2 la n să fie egal cu q, cu alte cuvinte x^2 mod n = q, se zice ca q este rest pătratic modulo n; în general, 0, soluţie trivială, nu este considerat rest pătratic)

quartan primes: numerele prime de forma x^4 + y^4, unde x > 0, y > 0; astfel de prime sunt: 2, 17, 97, 257, 337, 641, 881, 1297, 2417, 2657 ş.a.m.d. *(secvenţa A002645 în OEIS)*

quotient of a fraction: câtul rezultat dintr-o împărţire

raising to a power: ridicarea la putere; expresia „x^n" se citeşte *„x raised to the n-th power"* sau *„x to the n-th power"*; x se numeşte *„exponent"*

ratio of consecutive numbers: raportul dintre două numere consecutive

reciprocal of a natural number n: inversul unui număr natural n (egal cu numărul raţional exprimat prin fracţia ce îl are pe 1 ca numărător şi pe n ca numitor, deci 1/n); singurul număr natural al cărui invers este tot un număr natural este 1

reccurence relation: relaţie de recurenţă: o ecuaţie ce defineşte termenii unei serii în funcţie de cei anteriori, în condiţiile în care primul sau primii termeni ai seriei sunt daţi; termenii seriilor Fibonacci, Lucas etc. sunt definiţi astfel

reduced amicable pair: perechea de numere [m, n] cu proprietatea că σ(m) = σ(n) = m + n + 1; o astfel de pereche este [12146750, 16247745]; s-a conjecturat că există o infinitate de astfel de perechi şi că unul dintre numerele m şi n este par iar celălalt impar

regular primes: un prim p se spune că este *„regular"* dacă p nu divide numărătorul numerelor Bernoulli B_0, B_2,…,B_{p-3}; numerele Bernoulli sunt o serie de numere raţionale cu multiple aplicaţii în matematică; un prim ce nu este *„regular"* se numeşte *„irregular"*

rencontres numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor subfactoriale

remainder of division (of two integers): restul împărţirii (a două numere întregi)

residues modulo n: resturile modulo n (resturile împărţirii numerelor întregi la n; de exmplu acestea sunt 0, 1 şi 2 pentru n = 3)

restricted divisor function: funcţia divizor restrânsă; este acelaşi lucru cu suma alicotă a unui număr n, adică suma divizorilor alicoţi ai lui n

reversal of a number: reversul unui număr (de exemplu 321 este reversul lui 123)

rising factorial: funcţia factorial crescător – notată uneori $(x)^n$ – este egală cu x*(x + 1)* … (x + n – 1)

RMS: abreviere de la *„root mean square"*; RMS-ul unui set de n valori [x_1, x_2, …, x_n] este egal cu ((x_1^2 + x_2^2 +…+ x_n^2)/n)^(1/2)

(n-th) root of a number: rădăcina de ordin n a numărului (radicalul de ordinul n)

root rules: regulile operaţiilor cu radicali: $b = a^{(1/n)}$ dacă $b \geq 0$ şi $b^n = a$; $(a^n)^{(1/n)} =$ dacă a este natural; $(a*b)^{(1/n)} = a^{(1/n)}*b^{(1/n)}$; $(a/b)^{(1/n)} = (a^{(1/n)})/(b^{(1/n)})$ ş.a.m.d.

RSA: un algoritm folosit în aşa numita criptografie în cheie publică *(„public-key criptography”)* dezvoltat de Ronald Rivest, Adi Shamir şi Leonard Adleman în 1977, bazat pe dificultatea descompunerii în factori primi a numerelor mari (aşa numita *„factoring problem”*)

RSA numbers: o listă de semiprime având între 100 şi 600 de cifre pentru factorizarea cărora Laboratoarele RSA au oferit premii în cadrul concursului (încheiat în 2007) *„RSA Factoring Challenge”*; numerele erau indexate (*e.g.* RSA-100) la început după numărul cifrelor, apoi după numărul cifrelor în sistem binar

sad numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor nefericite (*„unhappy numbers”*)

self numbers: o altă denumire pentru clasa numerelor Devlali sau columbiene

self-descriptive numbers: numere auto-descriptive; în sistemul zecimal există un singur astfel de număr, 6210001000, cu proprietatea că: la poziţia 0 se găseşte cifra 6, indicând faptul că numărul conţine 6 de 0; la poziţia 1 se găseşte cifra 2, deci numărul conţine 2 de 1 ş.a.m.d.

Sieve of Atkin: Sita lui Atkin: un algoritm modern pentru descoperirea numerelor prime creat în 2004 de matematicianul britanic Arthur Atkin

Sieve of Erathostenes: Sita lui Eratostene: un algoritm simplu pentru descoperirea numerelor prime datând din anul 200 î.Hr. şi datorat savantului grec Eratostene

Sieve of Sundaram: Sita lui Sundaram: un algoritm pentru descoperirea numerelor prime descoperit în 1934 de matematicianul indian S.P. Sundaram

silver ratio: raportul de argint: o constantă matematică, un număr iraţional a cărui valoare este de aproximativ 1 plus radăcina pătrată a lui 2, ce se obţine din raportul temenilor consecutivi ai seriei de numere Pell, numit astfel prin analogie cu celebra *golden ratio*; două numere x şi y sunt în raport de argint dacă $x/y = (2*x + y)/x$

single primes:	o altă denumire pentru clasa primelor izolate
singly even number:	un număr par ce este divizibil cu 2 dar nu şi cu 4
Syracuse Problem	O altă denumire pentru Problema 3*x + 1 (Conjectura lui Collatz)
sous-double numbers:	o altă denumire pentru clasa numerelor 3-perfecte (sau triperfecte)
sphenic numbers:	numerele întregi pozitive, libere de pătrate, ce au trei factori primi *(secvenţa A007304 în OEIS)*; cel mai mare astfel de număr cunoscut este, desigur, produsul celor mai mari trei prime cunoscute
squarefree number:	număr liber de pătrate (nu este divizibil cu niciun pătrat, cu excepţia lui 1)
squarefull number:	sintagma e întâlnită cu două sensuri diferite: (i) denumeşte aceeaşi clasă de numere numită şi „numere puternice" (fiecare factor prim e cel puţin la puterea a doua); (ii) denumeşte numere ce nu sunt „libere de pătrate" (au cel puţin un factor prim ridicat la o putere); în unele surse se distinge între *squarefull* – definiţia (i) şi *squareful* – definiţia (ii)
square root of a number (= sqrt):	rădăcina pătrată a unui număr (radicalul de ordin doi al numărului)
Smith brothers:	o pereche de numere consecutive, compuse, având ambele următoarea proprietate: suma cifrelor lor este egală cu suma cifrelor factorilor lor primi
SoB:	abreviere pentru *Seventeen Or Bust*, proiect în cadrul programului Prime Grid ce se ocupă cu rezolvarea problemei Sierpiński
star numbers:	un tip de numere figurative
Stirling numbers:	clasă de numere întregi cu aplicaţii în combinatorică *(secvenţa A008275 în OEIS)*
strobogrammatic numbers:	numere cu calitatea pur recreativă, tipografică, de a prezenta un anumit tip de simetrie (dacă este rotit cu 180 de grade în jurul axei perpendiculare pe planul în care este scris, rezultă acelaşi număr); exemplu: 69869 *(secvenţa A000787 în OEIS)*
strong pseudoprimes:	„pseudoprime tari": o subclasă a pseudoprimelor Euler având o proprietate specială; denumirea se foloseşte însă şi în general pentru clasele de numere compuse ce reuşesc „să treacă drept prime" chiar supuse unor teste puternice de primalitate
substraction:	operaţia de scădere

summand:	numărul ce se adună pentru a se obţine o sumă *(„sum”)*; de exemplu numerele 2 şi 3 în relaţia 2 + 3 = 5
super-prime:	cel de-al n-lea număr prim este un super-prim dacă indicele lui de poziţie n este la rândul său prim; astfel de prime sunt: 3, 5, 11, 17, 31, 41, 59, 67, 83, 109, 127 ş.a.m.d. *(secvenţa A006450 în OEIS)*
SUPP's:	*Smoothly Undulating Palindromic Primes*, un subset al numerelor ondulatorii
tau numbers:	o altă denumire pentru clasa numerelor refactorabile
taxicab numbers:	o altă denumire pentru numerele Hardy-Ramanujan, datorat mediatizatei istorisiri avându-i ca protagonişti pe matematicienii Ramanujan şi Hardy şi un taxi cu numărul 1729
tetradic numbers:	numere cu calitatea pur recreativă, tipografică, de a prezenta un anumit tip de simetrie (un număr totodată palindromic, *„strobogrammatic”* şi simetric în oglindă); aceste numere pot conţine doar cifrele 0, 1 şi 8 *(secvenţa A006072 în OEIS)*
tetrahedral numbers:	numere figurative date de formula n*(n + 1)*(n + 2)/6 *(secvenţa A000292 în OEIS)*
tritriangular numbers:	numere figurative date formula (1/8)*n*(n + 1)*(n + 2)*(n + 3) *(secvenţa A050534 în OEIS)*
trivial divisor:	numerele ±1 şi ±n sunt astfel de divizori ai lui n
trivial solutions to an equation:	soluţiile triviale, banale ale unei ecuaţii (de exemplu [0, 0, 0] este o astfel de soluţie pentru ecuaţia x^3 + y^3 = z^3)
two-sided primes:	denumire pentru clasa primelor trunchiabile atât stânga cît şi dreapta (*„left truncatable”* şi *„right truncatable”* deopotrivă)
ugly numbers:	o altă denumire pentru clasa numerelor regulate (denumite şi numere Hamming)
Ulam Problem:	O altă denumire pentru Problema 3*x + 1 (Conjectura lui Collatz)
undulants:	o altă denumire pentru clasa numerelor ondulatorii
unit fraction:	numărul raţional exprimat ca o fracţie ce are ca numărător numărul 1 şi ca numitor un număr întreg (1/1, 1/2, 1/3, 1/4 ş.a.m.d.)
unitary divisors of a number:	divizori unitari: toţi divizorii d ai lui n cu proprietatea că d şi n/d sunt coprime
weakly prime:	un număr prim ce are proprietatea că prin schimbarea oricăreia dintre cifrele sale cu

o altă cifră devine un număr compus; astfel de prime sunt: 294001, 505447, 584141, 604171, 971767 ş.a.m.d. *(secvenţa A050249 în OEIS)*; a nu se confunda cu *„weak prime”* („prim slab”)

whole numbers: unii matematicieni folosesc acest termen pentru a desemna clasa numerelor naturale incluzându-l pe 0

Williams numbers: matematicianul tunisian Othman Echi a denumit astfel, după matematicianul canadian Hugh C. Williams, numerele ce sunt deopotrivă [-a]-Korselt şi a-Korselt

Wilson's theorem: un număr natural p, p > 1, este prim dacă şi numai dacă (n – 1)! ≡ -1(mod n)

zerofree number: număr ce nu conţine cifra 0

MODELE DE OPERARE ÎN PROGRAMUL WOLFRAM ALPHA
Expresii acceptate de program (exemple)

Descompunere în factori primi

Input: factor 561	Rezultat: 3*11*17
Input: factor (2^4*(7 – 5) – 7)/5	Rezultat: 5 (prime number)

Adunare

Input: sum 2*n, n from 1 to 5	Rezultat: 30
Input: sum 2*n, n from 1 to N	Rezultat: N*(N + 1)
Input: sum 2*n, n from x to y	Rezultat: (y – x + 1)*(x + y)

Înmulţire

Input: product 2*n, n from 1 to 3	Rezultat: 48

Ridicare la putere

Input: 3^3	Rezultat: 27
Input: 3 to 3th power	Rezultat: 27

Extragere radical

Input: 16^(1/2)	Rezultat: 4
Input: 27^(1/3)	Rezultat: 3
Input: fourth root of 16	Rezultat: 2
Input: m = sqr (n^2 – 3^2), where n = 5	Rezultat: m = 4

Partea întreagă a unui număr real

Input: floor ((5 + 7)*3 – 24)/5	Rezultat: 2

Ordinul de mărime al unui număr prim

Input: 1,053th prime	Rezultat: 8423

Numerele prime dintre m şi n

Input: [15, 24] primes	Rezultat: 17, 19, 23 (3 primes)
Input: primes between 4 and 13	Rezultat: 5, 7, 11, 13 (4 primes)
Input: primes in the range 0 and 7	Rezultat: 2, 3, 5, 7 (4 primes)
Input: primes <= 7	Rezultat: 2, 3, 5, 7 (4 primes)

Test de primalitate

Input: is 8911 prime?	Rezultat: 8911 is not a prime number
Input: are 11, 12, 13, 14 primes?	Rezultat: {true, false, true, false}

Divizorii unui număr

Input: divisors 391	Rezultat: 1, 17, 23, 391 (4 divisors)

Cel mai mic multiplu comun

Input: lcm (12, 8)	Rezultat: 24

Cel mai mare divizor comun

Input: lcm (22, 55)	Rezultat: 11
Input: 2*(lcm (8, 24, 42)) + 1	Rezultat: 337

Divizori şi multipli comuni

Input: common multiples of 3 and 5	Rezultat: 15, 30, 45, 60…
Input: common divisors of 576 and 789	Rezultat: 1, 3

Operaţia modulo

Input: 13 mod 5	Rezultat: 3
Input: p^5 mod (3*(5 – p)), where p = 2	Rezultat: 5
Input: n congruent to 17 (mod 2)	Rezultat: 1

Operaţia factorial

Input: 7!	Rezultat: 5040
Input: 7 factorial	Rezultat: 5040
Input: (3 !)!	Rezultat: 720

Operaţia multifactorial

Input: 7!!	Rezultat: 105
Input: 3!!	Rezultat: 3

Operaţia subfactorial

Input: !3	Rezultat: 2

Operaţia primorial

Input: 5#	Rezultat: 2310

Polinoame

Input: (16*x^3 – 24*x^2 + 9*x – 1)/(x – 1)	Rezultat: (4*x – 1)^2
Input: 4*n^2 – 40*n + 7, where n = 3*n	Rezultat: 36*n^2 – 120*n + 7

Ecuaţii diofantice

Input: solve a^2 - 5*a + 7 over the integers	Rezultat: no integer solutions
Input: solve a^2 - 5*a + 6 over the integers	Rezultat: a = 2; a = 3

Sisteme de ecuaţii

Input: x + y = 10, x – y = 4	Rezultat: x = 7, y = 3

Numărul de prime mai mici decât numărul real x

Input: pi(8)	Rezultat: 4
Input: pi(17/2)	Rezultat: 4

Numărul de numere mai mici sau egale cu n relativ prime cu n

Input: totient(6)	Rezultat: 2
Input: totient(7)	Rezultat: 6
Input: phi(6)	Rezultat: 2
Input: phi(7)	Rezultat: 6

Suma divizorilor lui n

Input: sigma(8)	Rezultat: 15
Input: sum of divisors of 8	Rezultat: 15
Input: sum of proper divisors of 8	Rezultat: 7

Numărul de divizori ai lui n

Input: tau(4)	Rezultat: 3
Input: tau(6)	Rezultat: 4

Coeficientul binomial (combinări de n luate câte k)

Input: C(4,3)	Rezultat: 4

Suma cifrelor unui număr

Input: sum of digits of 29341	Rezultat: 19

Diverse operaţii

Input: N = 8n^2 + (2*p + 2)*n + p, where p = 43, n = [0, 1]
Rezultat: N = {43, 139}

Input: 2*(n*d – d)/(d^2 – d), for d = 13, n = 43
Rezultat: 7

Input: 2*(m + 1)*(n + 1)*(p + 1) +1, where m = 7, n = 23, p = 41
Rezultat: 16129

Numere speciale

Input: 3th triangular number Rezultat: 6
Input: 5th Fermat number Rezultat: 65537
Input: 4th Mersenne number Rezultat: 127

Input: ((1 + 2^(1/2))^n – (1 – 2^(1/2))^n)/(2*2^(1/2)), where n = 7
Rezultat: 169
(Notă: Formula generează numerele Pell)

Input: ((1 + 2^(1/2))^n – (1 – 2^(1/2))^n)/(2*2^(1/2)), where n = 5
Rezultat: 82
(Notă: Formula generează numerele Pell-Lucas)

Input: ((1 + sqrt 2)^(2*n + 1) + (1 – sqrt 2)^(2*n + 1))/2, where n = 3
Rezultat: 239
(Notă: Formula generează numerele NSW)

Input: 2*m – n, where m = 10, n = floor ((1 + (8*m – 7)^(1/2))/2
Rezultat: 239
(Notă: Formula generează numerele Connell)

LINK-URI UTILE

Site-uri enciclopedic matematice

1. Cornell University Library <http://arxiv.org/>;
2. Encyclopedia of Mathematics <http://www.encyclopediaofmath.org/>;
3. Math Archives <http://archives.math.utk.edu/>;
4. Math Pages <http://www.mathpages.com/home/>;
5. Planet Math Encyclopedia <http://planetmath.org/encyclopedia>;
6. The Mathematical Atlas <http://www.math.niu.edu/~rusin/known-math/index/index.html>;
7. University of New Mexico's Digital Library: <http://fs.gallup.unm.edu/eBooks-otherformats.htm>
8. WolframMathWorld <http://mathworld.wolfram.com>;

Site-uri dedicate teoriei numerelor

1. International Journal of Number Theory; <http://www.worldscientific.com/worldscinet/ijnt>;
2. Number Theory Web <http://www.numbertheory.org/ntw>;
3. OeisWiki <http://oeis.org/wiki/>;
4. The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences <http://oeis.org/>;
5. The Prime Pages <http://primes.utm.edu/>;
6. The prime puzzles & problems connection <http://www.primepuzzles.net/>.

Site-uri de matematică recreative

1. Enriching mathematics <http://nrich.maths.org/>;
2. Gossip numbers <http://www.numbergossip.com/>;
3. Math Fun Facts <http://www.math.hmc.edu/funfacts>;
4. Notable properties of specific numbers <http://mrob.com/pub/math/numbers-3.html>;
5. Number recreations <http://www.shyamsundergupta.com/>;
6. Number universe <http://numberuniverse.com/>;
7. Plus magazine <http://plus.maths.org/content/>;
8. Prime Curios! <http://primes.utm.edu/curios/home.php>;
9. Prime Patterns <http://www.magic-squares.net/primes.htm>;
10. Project Euler <http://projecteuler.net/>;
11. What's special about this number? <http://www2.stetson.edu/~efriedma/numbers.html>;
12. World of Numbers <http://www.worldofnumbers.com/>.
13. Smarandache Lucky Science: <http://fs.gallup.unm.edu/LUCKY.HTM>

Proiecte pe Internet dedicate descoperirii sau consemnării de recorduri privind numerele prime sau alte clase de numere cu proprietăţi speciale

1. Addition chains database <http://wwwold.iit.cnr.it/staff/giovanni.resta/ac/>;
2. Circular Primes <http://www.abdulbaki.org/Circular.html>;
3. Cunningham Chain records <http://users.cybercity.dk/~dsl522332/math/Cunningham_Chain_records.htm>;
4. Distributed Search for Fermat Numbers Divisors <http://www.fermatsearch.org/>;
5. Double Mersennes Prime Search <http://www.doublemersennes.org/>;
6. Elite Prime Search <http://www.primenace.com/papers/math/ElitePrimes.htm>;
7. Fibonacci and Lucas Factorizations <http://mersennus.net/fibonacci/>;
8. Fibonacci Numbers and the Golden Section <http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/>;
9. Gaps between consecutive primes <http://www.ieeta.pt/~tos/gaps.html>;
10. Generalised Fermat Prime Search <http://yves.gallot.pagesperso-orange.fr/primes/gfn.html>;
11. Giuseppe Melfi's Page on Practical Numbers <http://members.unine.ch/giuseppe.melfi/pratica.html>;
12. Great Internet Mersenne Prime Search (GIMPS) <http://www.mersenne.org/>;
13. Known Amicable Pairs <http://amicable.homepage.dk/knwnc2.htm>;
14. Known Mersenne Primes <http://www.isthe.com/chongo/tech/math/prime/mersenne.html#M43112609>;
15. K-Tuple Permissible Patterns <http://www.opertech.com/primes/k-tuples.html>;
16. Lychrel Numbers <http://www.p196.org/>;
17. Known Sociable Numbers of order four <http://amicable.homepage.dk/knwnc4.htm>;
18. Mersenne Primes: History, Theorems and Lists <http://primes.utm.edu/mersenne/index.html>;
19. OddPerfect <http://www.oddperfect.org/>;
20. Palindromic Numbers <http://www.jasondoucette.com/worldrecords.html>;
21. Prime Constellation Records <http://users.cybercity.dk/~dsl522332/math/constellations.htm>;
22. Prime Grid Project <http://www.primegrid.com/>;
23. Primes in Arithmetic Progression Records <http://users.cybercity.dk/~dsl522332/math/aprecords.htm>;
24. Proth Search Page <http://www.prothsearch.net/>;
25. PRP Records. Probable Primes Top 10000 <http://www.primenumbers.net/prptop/prptop.php.>;
26. Search for Multifactorial Primes <http://mfprimes.free-dc.org/>;
27. Riesel and Proth Prime Database <http://www.rieselprime.de/>;
28. Seventeen or Bust: a distributed attack on the Sierpiński problem <http://www.seventeenorbust.com/>;
29. Smarandache Sequences <http://archive.lib.msu.edu/crcmath/math/math/s/s442.htm>;
30. Tables of Aliquot Cycles <http://amicable.homepage.dk/tables.htm>;

31. The Cunningham Project
<http://homes.cerias.purdue.edu/~ssw/cun/index.html>;
32. The Euclid-Mullin-Sequences
<http://www.rieselprime.de/Others/EuclidMullin.htm>;
33. The Fibonacci Quarterly <http://www.fq.math.ca/>;
34. The first fifty million primes <http://primes.utm.edu/lists/small/millions/>;
35. The Largest Known CPAP's
<http://users.cybercity.dk/~dsl522332/math/cpap.htm>;
36. The List of Largest Known Primes Home Page <http://primes.utm.edu/primes/>;
37. The Lucas Numbers
<http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/lucasNbs.html>
38. The Multiply Perfect Numbers Page
<http://wwwhomes.uni-bielefeld.de/achim/mpn.html>;
39. The Repunit Primes Project
<http://www.elektrosoft.it/matematica/repunit/repunit.htm>;
40. The Somos Sequence Site
<http://faculty.uml.edu/jpropp/somos.html>;
41. The Top Ten Prime Numbers <http://primes.utm.edu/lists/top_ten/topten.pdf>;
42. Tim's Cunningham Numbers Page
<http://members.iinet.net.au/~tmorrow/mathematics/cunningham/>;
43. Weird Numbers List <http://oproject.info/weird_list.php>;
44. World of Palindromic Primes < http://www.worldofnumbers.com/palpri.htm>;
45. World Integer Factorisation Center (WIFC)
<http://www.asahi-net.or.jp/~kc2h-msm/mathland/matha1/>;

INDEX DE MATEMATICIENI

40. Chebyshev, Pafnuty *(Numere pare; Numere prime)*;
41. Chen, Jing Run *(Numere pare; Numere prime; Prime Chen)*;
42. Cheng, Yuanyou *(Prime Mills)*;
43. Chernick, Jack *(Numere Chernick)*;
44. Chowla, Sarvadaman *(Numere Mian-Chowla; Numere potrivite)*;
45. Cipolla, Michele *(Pseudoprime Cipolla)*;
46. Clausen, Thomas *(Numere von Staudt-Clausen)*;
47. Cloitre, Benoit *(Prime Rowland)*;
48. Collatz, Lothar (*Numere minunate*);
49. Colton, Simon *(Numere refactorabile)*;
50. Connell, Ian (*Numere Connell*);
51. Conway, John Horton (*Numere Conway-Guy, Prime lungi*);
52. Cooper, Curtis N. *(Numere refactorabile)*;
53. Crandall, Richard *(Numere Leyland)*;
54. Cullen, James *(Numere Cullen)*;
55. Cunningham, Allan Joseph Champneys *(Numere Cullen; Numere Cunningham; Prime înlănţuite Cunningham)*;
56. Delannoy, Henri Auguste *(Numere Delannoy)*;
57. Descartes, René *(Numere amiabile; Numere multiperfecte)*;
58. Devaraj, A.K. *(Numere Devaraj)*;
59. Dickson, Leonard Eugene *(Numere Carmichael; Numere cubice; Numere prime)*;
60. Dirichlet, Johann Peter Gustav Lejeune *(Numere prime; Prime progresive)*;
61. Echi, Othman *(Numere quasi-Carmichael)*;
62. Euclid *(Numere Euclid; Numere Euclid-Mullin; Numere perfecte; Numere pitagoreice)*;
63. Euler, Leonhard *(Numere amiabile; Numere Fermat; Numere Mersenne; Numere perfecte; Numere potrivite; Numere prime; Prime Stern; Pseudoprime Euler)*;
64. Erdős, Paul *(Numere Brown; Numere Carmichael; Numere colosal abundente; Numere Erdős-Woods; Numere extrem compuse; Numere intangibile; Numere puternice; Numere superabundente; Prime mănunchi; Prime Pierpont; Prime Wieferich)*;
65. Fermat, Pierre de *(Numere amiabile; Numere Fermat; Numere multiperfecte; Numere poligonale; Numere prime; Prime Wieferich; Pseudoprime Fermat)*;
66. Fibonacci, Leonardo *(Numere congruente; Numere Fibonacci; Numere Pisano; Pseudoprime Fibonacci)*;
67. Forbes, Tony *(Prime constelaţie)*;
68. Fortune, Leo Franklin *(Prime Fortunate)*;
69. Franel, Jérôme *(Numere Franel)*;
70. Friedman, Erich *(Numere Friedman)*;
71. Fung, Gilbert *(Prime Euler)*;
72. Fuss, Niklaus *(Numere Catalan)*;
73. Gauss, Carl Friedrich *(Numere potrivite)*;
74. Germain, Sophie *(Prime înlănţuite Cunningham; Prime Sophie Germain)*
75. Gibbs, Philip *(Numere prietenoase Smarandache)*;
76. Giuga, Giuseppe *(Numere Giuga)*;
77. Gleason, Andrew Mattei *(Prime Pierpont)*;
78. Goldbach, Christian *(Numere Fermat; Numere întregi; Numere pare; Numere prime; Prime Stern)*;

79. Golomb, Solomon W. *(Numere puternice)*;
80. Graham, Ronald Lewis *(Numere egiptene)*;
81. Granville, Andrew *(Numere Carmichael, Numere Knödel)*;
82. Green, Ben Joseph *(Numere prime; Prime progresive)*;
83. Grundman, Helen G. *(Numere Harshad)*;
84. Gupta, Shyam Sunder (*Numere EPRN; Numere rare; Prime unice*);
85. Guy, Richard Kenneth (*Numere Conway-Guy, Prime lungi*);
86. Hamming, Richard (*Numere regulate*);
87. Hardy, Godfrey Harold *(Numere Armstrong; Numere Hardy-Ramanujan; Numere prime; Prime constelaţie)*;
88. Heath-Brown, Roger *(Numere puternice)*;
89. Heegner, Kurt *(Numere norocoase ale lui Euler)*;
90. Hilbert, David *(Numere pătratice)*;
91. Hofstadter, Douglas *(Numere Hofstadter)*;
92. Hoheisel, Quido *(Numere Mills)*;
93. Hooley, Cristopher *(Numere Cullen)*;
94. Ibstedt, Henry *(Numere Smarandache-Fibonacci; Numere Smarandache-Radu)*;
95. Ingham, Albert *(Numere Mills)*;
96. Iwaniec, Henryk *(Numere prime)*;
97. Jacobsthal, Ernst *(Numere Jacobsthal, Numere Jacobsthal-Lucas)*;
98. Kaprekar, Dattaraya Ramchandra *(Numere Devlali; Numere Demlo; Numere Harshad; Numere Kaprekar)*;
99. Keith, Mike *(Numere primitive; Numere repfigit)*;
100. Kempner, Aubrey J. *(Numere pătratice)*;
101. Kennedy, Robert E. *(Numere refactorabile)*;
102. Korselt, Alwin *(Numere Carmichael)*;
103. Kramp, Christian *(Numere factoriale)*;
104. Jacobi, Carl Gustav Jacob *(Numere poligonale)*;
105. Jingrun, Chen *(Numere pătratice)*;
106. Jobling, Paul *(Prime înlănţuite Cunningham; Prime înlănţuite gemene)*;
107. Jones, James P. *(Numere Matijasevič)*;
108. Labos, Elemer *(Prime Labos)*;
109. Lagrange, Joseph-Louis *(Numere pătratice; Numere Pisano; Numere poligonale)*;
110. Lah, Ivo *(Numere Lah)*;
111. Lamé, Gabriel *(Numere Catalan; Numere coprime*);
112. Landau, Edmund *(Numere prime)*;
113. Legendre, Adrien-Marie *(Numere consecutive; Numere pătratice; Numere poligonale; Numere prime*);
114. Lehmer, Derrick Henry *(Numere Poulet, Numere uniforme)*;
115. Lemoine, Émile *(Numere întregi)*;
116. Leyland, Paul *(Numere Leyland)*;
117. Lifchitz, Henri *(Prime înlănţuite gemene*);
118. Le Lionnais, François *(Numere norocoase ale lui Euler)*;
119. Littlewood, John Edensor *(Numere prime; Prime constelaţie)*;
120. Lucas, Édouard *(Numere Lucas; Numere Mersenne; Numere Pell-Lucas; Pseudoprime Lucas)*;
121. Marcoff, Andrey *(Numere Markov)*;
122. Masser, David William *(Numere primoriale; Numere slab totiente)*;
123. Matijasevič, Yuri *(Numere Matijasevič)*;

124. Maurolico, Francesco *(Numere pătratice)*;
125. McCranie, Judson S. *(Numere hiperperfecte)*;
126. McDaniel, Wayne *(Numere Smith)*;
127. Mersenne, Marin *(Numere Mersenne)*;
128. Mian, Abdul Majid *(Numere Mian-Chowla)*;
129. Mihăilescu, Preda *(Prime Wieferich)*;
130. Mills, William *(Prime Mills)*;
131. Mirimanoff, Dmitry Semionovitch *(Prime Wieferich)*;
132. Minoli, Daniel *(Numere hiperperfecte)*;
133. Moews, David *(Numere ondulatorii)*;
134. Montmort, Pierre Rémond de *(Numere subfactoriale)*;
135. Morain, François *(Prime echilibrate)*;
136. Moser, Leo *(Numere Moser-de Bruijn)*;
137. Motzkin, Theodore *(Numere Motzkin)*;
138. Mullin, Albert A. *(Numere Euclid-Mullin)*;
139. Narayana, Tadepalli Venkata *(Numere Narayana)*;
140. Newman, Morris *(Numere Newman-Shanks-Williams)*;
141. Nicomachus *(Numere impare)*;
142. Niven, Ivan M. *(Numere Harshad)*;
143. Oltikar, Sham *(Numere Smith)*;
144. Opolka, Hans *(Numere potrivite)*;
145. Oppermann, Ludvig *(Numere prime)*;
146. Ore, Øystein *(Numere Ore)*;
147. Padovan, Richard *(Numere Padovan)*;
148. Pebody, Luke *(Numere Devlali)*;
149. Pell, John *(Numere Pell)*;
150. Perichon, Benoît *(Prime constelaţie)*;
151. Pervushin, Ivan M. *(Numere Mersenne)*;
152. Pickover, Clifford *(Numere vampir)*;
153. Pierpont, James *(Prime Pierpont)*;
154. Pillai, Subbayya S. *(Numere extrem abundente; Numere pătratice; Prime Pillai)*;
155. Pinch, Richard G.E. *(Numere quasi-Carmichael; Numere frugale)*;
156. Pitagora *(Numere amiabile; Numere pitagoreice)*;
157. Plouffe, Simon *(Numere superfactoriale)*;
158. Polignac, Alphonse de *(Numere întregi; Numere pare; Numere prime; Prime gemene)*;
159. Pollock, Frederick *(Numere cubice; Numere platoniciene)*;
160. Pomerance, Carl *(Numere Carmichael, Numere Knödel; Numere Leyland)*;
161. Poulet, Paul *(Numere Poulet)*;
162. Prachar, Karl *(Numere compuse)*;
163. Proth, François *(Numere Proth)*;
164. Rains, Eric *(Numere potrivite)*;
165. Ramachandran Balasubramanian *(Numere pătratice)*;
166. Ramanujan, Srinivasa *(Numere Brown; Numere colosal abundente; Numere cubice; Numere extrem compuse; Numere extrem compuse superioare; Numere Hardy-Ramanujan; Numere superabundente; Prime Ramanujan)*;
167. Richert, Hans-Egor *(Prime absolute)*;
168. Riemann, Bernhard *(Numere Mills)*;

169. Riesel, Hans Ivar *(Numere Riesel)*;
170. Rivera, Carlos *(Numere vampir)*;
171. Rotkiewitz, Andrzej *(Numere Poulet)*;
172. Rowland, Eric *(Prime Rowland)*;
173. Rusell, Ruby *(Prime Euler)*;
174. Russo, Felice *(Numere prietenoase Smarandache)*;
175. Sarrus, Pierre Frédéric *(Numere Poulet)*;
176.
177. Sato, Daihachiro *(Numere Matijasevič)*;
178. Scharlau, Winfried *(Numere potrivite)*;
179. Scholz, Arnold *(Numere înlănţuite aditiv, Numere înlănţuite Brauer)*;
180. Schröder, Ernst *(Numere Schröder)*;
181. Segner, Johann *(Numere Catalan)*;
182. Selfridge, John *(Numere Sierpiński; Prime Pierpont; Prime Wagstaff)*;
183. Shanks, Daniel *(Numere Newman-Shanks-Williams)*;
184. Shiu, Peter *(Numere primoriale; Numere slab totiente)*;
185. Sidon, Simon *(Numere Mian-Chowla)*;
186. Sierpiński, Wacław F. *(Numere Sierpiński)*;
187. Sloane, Neil *(Numere superfactoriale)*;
188. Smarandache, Florentin *(Numere consecutive Smarandache; Numere prietenoase Smarandache; Numere primoriale; Numere pseudo-Smarandache; Numere Smarandache; Numere Smarandache-Fibonacci; Numere Smarandache-Radu, Numere Smarandache-Wellin; Prime Smarandache)*;
189. Solinas, Jerome *(Prime Solinas)*;
190. Somos, Michael *(Numere Somos)*;
191. Sophie Germain, Marie *(Prime Sophie Germain)*;
192. Srinivasan, A.K. *(Numere practice)*;
193. Stäckel, Paul *(Prime gemene)*;
194. Staudt, Karl von *(Numere von Staudt-Clausen)*;
195. Stern, Moritz Abraham *(Numere Stern-Brocot; Prime Stern)*;
196. Stirling, James *(Numere factoriale; Numere Stirling)*;
197. Størmer, Fredrik Carl *(Numere uniforme; Numere Størmer);*
198. Sun, Zhi Hong *(Prime Fibonacci-Wieferich)*;
199. Sun, Zhi Wei *(Prime Fibonacci-Wieferich)*;
200. Suryanarayana, D. *(Numere superperfecte)*;
201. Sylvester, James Joseph *(Numere Euclid-Mullin)*;
202. Szekeres, George *(Numere puternice)*;
203. Tao, Terence *(Numere prime; Prime progresive)*;
204. Trigg, Charles W. *(Numere ondulatorii)*;
205. Ulam, Stanislaw *(Numere norocoase Ulam)*;
206. Vandermonde, Alexandre Théophile *(Numere factoriale)*;
207. VanLandingham, Wade *(Numere Lychrel)*;
208. Vinogradov, Ivan Matveyevich *(Numere impare; Numere prime)*;
209. Wada, Hideo *(Numere Matijasevič)*;
210. Wagstaff, Samuel S. *(Prime Wagstaff)*;
211. Wall, Donald *(Prime Fibonacci-Wieferich)*;
212. Wallrodt, Peter *(Numere briliante)*;
213. Wang, T.Z. *(Numere prime)*;
214. Waring, Edward *(Numere pătratice; Numere cubice)*;
215. Wayland, Keith *(Numere Smith)*;

216. Weinberger, P.J. *(Numere potrivite)*;
217. Wellin, Paul R. *(Numere Smarandache-Wellin)*;
218. Whitworth, William Allen *(Numere subfactoriale)*;
219. Wieferich, Arthur *(Numere pătratice; Numere cubice; Prime Wieferich)*;
220. Wiens, Douglas *(Numere Matijasevič)*;
221. Wilansky, Albert *(Numere Smith)*;
222. Wiles, Andrew *(Numere cubice)*;
223. Williams, Hugh C. *(Numere quasi-Carmichael; Numere Newman-Shanks-Williams)*;
224. Wilson, John *(Numere factoriale; Numere Wilson)*;
225. Wolstenholme, Joseph *(Numere Wolstenholme)*;
226. Woodall, Herbert J. *(Numere Cunningham; Numere Woodall)*;
227. Woods, Alan R. *(Numere Erdős-Woods)*;
228. Wright, Edward Maitland *(Numere Hardy-Ramanujan; Prime Mills)*;
229. Wróblewski, Jaroslaw *(Prime înlănţuite Cunningham; Prime progresive)*;
230. Yamashita, Koji *(Numere Lychrel)*;
231. Yates, Samuel *(Prime titanice; Prime unice)*;
232. Zeisel, Helmut *(Numere Zeisel)*;
233. Zelinsky, Joshua *(Numere refactorabile)*;
234. Zsigmondy, Karl *(Numere Zsigmondy)*.

Numerele naturale au fascinat dintotdeauna omenirea, ce le-a considerat, pe bună dreptate, ca fiind mai mult decât mijloace de a studia cantităţile, le-a considerat entităţi având o personalitate proprie.

Ne-am mai permis pe parcursul lucrării câteva libertăţi, ca de pildă să definim de-concatenarea ca fiind operaţia inversă concatenării (sintagma „tăiere a unui număr în două numere”, de exemplu, pe care am întâlnit-o într-un manual, ni s-a părut inadmisibilă pentru ţara care l-a dat lumii pe Florentin Smarandache, al cărui nume este considerat pe plan internaţional sinonim cu seriile de numere concatenate). Am încercat să fim cât mai corecţi cu un minimum de eleganţă (cât mai corect nu este un deziderat de dispreţuit pentru o lucrare de anvergură în domeniul teoriei numerelor).

Am împărţit enciclopedia în două părţi, „Clase de numere” (se subînţelege, întregi), respectiv „Clase de prime şi pseudoprime”, prima cuprinzând principalele clase de numere cu care se operează actualmente în teoria numerelor (ramura matematicii ce studiază în principal numerele întregi), cea de-a doua câteva tipuri consacrate de prime (numere care au „sfidat” dintotdeauna matematicienii prin rezistenţa lor în a se lăsa înţelese şi ordonate) şi tipurile cunoscute de pseudoprime (o categorie aparte de numere, ce împart însă multe atribute cu numerele prime).

Scopul lucrării de faţă nu este de a pregăti un elev sau un student pentru vreun examen (în acest sens este ştiut că cel mai sigur este să descifrezi modul profesorului de a privi lucurile pe care le predă, nu sensul ultim al acestora din urmă) ci este de a deschide orizontul teoriei numerelor cititorilor prin descrieri cât mai simple, cât mai clare şi (pe cât se poate) mai atrăgătoare.

ISBN 9781599732374

90000 >

9 781599 732374